ARCHIV FÜR KULTURGESCHICHTE

--- HERAUSGEGEBEN VON ---

DE GEORG STEINHAUSEN

STADTBIBLIOTHEKAR UND VORSTEHER

DER MURHARDSCHEN BIBLIOTHEK

DER STADT CASSEL.



III. BAND 2. HEFT

BERLIN · ALEXANDER DUNCKER VERLAG · 1905

Vor funfzig Jahren

Ein Beitrag zur Kulturgeschichte des neunzehnten Jahrhunderts.

Porträt-Skizzen

berühmter und bekannter Persönlichkeiten, vornehmlich aus dem alten Berlin

von

Franz Krüger.

Bis auf weiteres ermäßigter Preis M. 12.-

Inhalt des Werkes:

- 1. Friedrich Wilhelm III.
- 2. Alexander von Humboldt.
- 3. Christian Rauch.
- 4. General von Neumann.
- 5. Joseph Mendelssohn.
- 6. Jakob Grimm.
- 7. Wilhelm Grimm.
- 8. Gruppenbild (6 Künstler).
- 9. Prinz Wilhelm von Preußen.
- 10. Hermann Graf von Pückler.
- 11. Major Blesson.
- 12. Heinrich Wilhelm Krausnick.
- 13. Johann Gottfried Schadow.
- 14. Friedrich Carl von Savigny.
- 15. Carl Friedrich Kurschmann.
- 16. Charlotte von Hagn.
- 17. Fürst Wilhelm zu Sayn-Wittgenstein.
- 18. Graf Arnim-Boitzenburg.
- 19. Karl Friedrich Schinkel.
- 20. Martin Heinrich Carl Lichtenstein.

- 21. Philipp Konrad Marheineke.
- 22. Dr. Stephan Friedrich Barez.
- 23. Johann Gottfried Karl Wauer. Johann Friedrich Ferd. Rüthling.
- Auguste Crelinger, Bertha und Clara Stich.
- 25. Christian Friedrich Tieck.
- 26. Peter Christian Wilhelm Beuth.
- 27. Johann Friedrich Dieffenbach.
- 28. Carl Begas.
- 29. Ferdinand von Lamprecht.
- 30. Wilhelm Wach.
- 31. Friedrich August Stüler.
- 32. Pauline von Decker.
- 33. Peter von Cornelius.
- 34. Adolph Henning.
- 35. Auguste Fürstin von Liegnitz.
- 36. Friedrich Wilh. Jos. v. Schelling.
- 37. Henriette von Paalzow.
- 38. Johann Ludwig Tieck.
- 39. Auguste von Fassmann.
- 40. Warnick.

Herrn Trofessor D. G. Gröber ergebenst der Verfasser.

NOND AT OFFICE AND ADDRESS OF THE AD

Materialien zur Geschichte der arabischen Zahlzeichen in Frankreich.

Von LEO JORDAN.

Als ich im Frühjahr des Jahres 1902 studienhalber an der Pariser Nationalbibliothek arbeitete, kamen mir nach und nach eine ganze Anzahl mittelalterlicher Abhandlungen über Rechenkunst in die Hand; beim Durchlesen derselben fanden sich Unterschiede und Widersprüche zwischen ihnen, ich fand einen gewissen Reiz daran, den Sinn von Glossen und Bemerkungen zu lösen, und förderte so kulturhistorisch interessante Momente, die als feste Punkte in der Entwicklungsgeschichte der arabischen Zahlzeichen angesehen werden können. Die Unmöglichkeit, den behandelten Fragen auch von der mathematischen Seite beizukommen, hat der weiteren Ausarbeitung Schwierigkeiten in den Weg gelegt, so daß ich über eine Materialsammlung nicht recht hinausgekommen bin.

Ĭ.

Gerbert, dem späteren Papste Sylvester II., haben wir nach Tradition und der Schrift des Eisenacher Professors H. Weißenborn¹) die Einführung der arabischen Zahlzeichen zu verdanken. Bei seinen Studien in Spanien seien ihm diese durch einen Juden Josephus Hispanus übermittelt worden. Er habe dann in Theorie und Praxis ihren Gebrauch an der Klosterschule zu Rheims gelehrt.

Der Hauptgewährsmann dieser Tradition ist Wilhelm von Malmesbury (gest. 1154). Und er schreibt von Gerbert,

¹⁾ Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern durch Gerbert.

er habe eine gewisse Rechenmethode den Sarazenen entrissen und Regeln gelehrt, die von den schwitzenden Abbazisten kaum verstanden wurden. Daran schließt der Chronist eine ganze Fabelei über den Ausflug des Gerbert nach Spanien an, man befindet sich augenscheinlich auf dem Gebiete der Fiktion. Ja Wilhelm erklärt selber: "Aber dies alles möchte man für Erfindungen halten, weil doch das Volk gewohnt ist, den Ruhm der Gelehrten zu beschmutzen, indem sie von jedem, der etwas außerordentliches leistet, behaupten, er habe mit einem Dämon Verkehr gehabt." Niemand anders soll nämlich dem späteren Papste die Kunst, mit arabischen Zeichen zu rechnen, gezeigt haben, als der Teufel. Und man nennt sie ja auch heute noch die "Teufelskunst."

Die Kritik, die Wilhelm von Malmesbury an der Tradition übte, zeigt ihn als Kenner seiner Zeit. Erging es doch mehr wie 300 Jahre später dem Erfinder der Buchdruckerkunst nicht viel anders, mußte doch auch er sich damit bescheiden, seine Entdeckung dem Teufel zu verdanken, dem er seine Seele verschrieben habe. Während er aber in seinem eigenen Hause mit dem Teufel verkehren konnte, mußte Gerbert eine Reise nach Spanien unternehmen. Dort stand nämlich Toledo im Rufe, die Pflegestätte aller okkulten Wissenschaften, besonders der Nekromantie, zu sein. Und wie von Gerbert, so wurde von allen einigermaßen durch Geschicklichkeit oder Verstand ausgezeichneten Männern über einen Studiengang an der spanisch-arabischen Universität berichtet: nicht genug, daß man berühmte oder berüchtigte Zeitgenossen hierzu ausersah, wie etwa den erfolgreichen Seeräuber Eustache den Mönch, nein, auch Figuren aus dem Altertum, wie Virgil, Fabelwesen wie Reinecke Fuchs hatten nach phantastischen Berichten in Toledo ihre Kunst erlernt. noch Rabelais spricht von dieser Stadt als dem Zentrum der Diabologie. 1)

Eine ausführlichere Darstellung dieser Fabeln findet man übrigens unter den Anmerkungen von Francisque Michels Ausgabe des *Eustache le Moine* (Paris, 1834).

Es ist also aus kritischen Gründen geboten, auch diesen

¹⁾ Pantagruel III, 23.

0

5

In

spanischen Ausflug des Gerbert mit Cantor¹) als eine Fiktion anzusehen. Aber auch die Fiktion hat eine Quelle gehabt, und es bleibt immer noch wahrscheinlich, daß ein Gerbert, es braucht nicht der spätere Papst zu sein, in der Rechenkunst neue Bahnen eingeschlagen hat. Immerhin auffallend bleibt der Name Gerbertistat für Rechner, den Cantor zitiert (I, 843⁴), und als ein Beleg für unsere Vermutung könnte ein gewisser Gilbert dienen, den Alanus ab Insulis unter den vier, fünf bedeutendsten "Arithmeticae Auctores" nennt, und von dem er in einer dunkeln Anspielung anzudeuten scheint, er sei in der Wissenschaft auf Abwege geraten. Der Vers lautet:

Gilbertus saltu fallaci transilit artem.

Mit einem trügerischen Sprung, einem Trugschluß, habe sich Gilbert über die ars, die Rechenkunst hinweggesetzt. Einiges Licht wirft auf diesen Tadel der Umstand, daß Alanus ein ausgesprochener Gegner des Rechnens mit arabischen Zahlen gewesen ist, daß er also mit diesem Verse die Quelle dieser Methode verdamme. Er nennt als Autor einen Gilbert, und so ist es nicht unmöglich, daß die gelehrte Tradition neben der volkstümlichen eine ganz andere Persönlichkeit als Papst Sylvester als den Übermittler arabischer Zahlzeichen nannte, eben jenen Gilbert. Erst durch Schüler und Laien hätte dann, wie so oft, zwischen beiden durch die der Mathematik nahestehenden Persönlichkeiten und die Ähnlichkeit der Namen eine Konfusion stattgefunden.

So ergibt sich über die Einführung der arabischen Zahlzeichen eine spärliche Sammlung von Traditionen, die wohl einen Kern durchblicken lassen, dessen Natur aber ziemlich problematisch ist.

II.

Die älteste erreichbare Abhandlung über die Theorie der arabischen Zahlen ist uns in zwei Handschriften erhalten. Die eine befindet sich in der Wiener Hofbibliothek, ist im Jahre 1143 niedergeschrieben und von Nagl²) herausgegeben worden, die andere, vollständigere aus den Jahren 1163 – 1168 ist in der

¹⁾ M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Berlin, 1894–1901, I, 806, 807; ich zitiere im folgenden immer: C. I oder II und Seite.
2) Ztschr. f. Math. u. Phys. XXXIV, vgl. C. I, 855.

Münchener Bibliothek und wurde von Maximilian Curtze veröffentlicht. 1)

Nach diesen beiden Handschriften stellt sich nun die Theorie über die neuen Zahlzeichen, wie sie in der ersten Hälfte des 12. Jahrhunderts in Süddeutschland üblich war, folgendermaßen dar:

Als Quelle der Theorie wird Indien bezeichnet. Zahlzeichen werden die Zahlen 1–9 genannt. Über den Charakter der Null wird nicht diskutiert, sie wird meist als ciffre, einigemal als circulus bezeichnet. ²) Ziffer ist nämlich nicht ursprünglich die Bezeichnung für arabische Zahlzeichen überhaupt, sondern ihr arabisches Etymon: Çifr bedeutet "leer" und gilt ausschließlich für die Null. Da nun die Null, als ein Zahlzeichen, das Nichts gilt, den an das römische System Gewöhnten auffiel, so wurde ihr Name auf die Geschwister übertragen. Im einzelnen werden wir diese Begriffsverschiebung samt ihren Begleiterscheinungen noch beobachten.

Hier also bedeutet ciffre noch "Null". Ich halte die Form ciffre oder ciffrae (für den Singular!)³) in einem in Deutschland geschriebenen Traktate für auffallend. Eine Latinisierung der deutschen Ziffer oder des arabischen Çifr müßte doch wohl cifra ergeben. Es will mir scheinen, als ob hier eine französische Lauterscheinung zu sehen sei, die für die Konsonantenverbindung fr (Muta cum Liquida), ein auslautendes Stütz-e verlangt. Dies würde also für den an sich wahrscheinlichen Durchgang unseres lateinischen Textes durch Frankreich sprechen.

Wenige Jahrzehnte hierauf finden wir in einer dritten Handschrift einen zweiten von diesem ersten recht verschiedenen Rechentraktat. Der Kodex des Klosters Salem, nun in Heidelberg, wurde aus paläographischen Gründen, da er nicht datiert ist, wie die vorhergehenden, von Wattenbach in das Jahr 1200, "vielleicht noch etwas früher" gesetzt. Cantor hat die Abhandlung herausgegeben. 4)

1) Abhandlungen zur Gesch. der Mathem. 8, 1898, S. 1-27.

3) Sed si in aligua nil remanserit, ciffrae ponatur (ebenda S. 19). Ciffre sumpta (ebenda S. 20).

4) Ztschr. f. Mathem. u. Physik, X.

²⁾ Abhandlungen zur Gesch. der Mathem. 8, 1898, S. 18: et quia omnium numerorum praetermissa doctrina scientia nulla procedit, ab ipsis nostri tractatus inicium Indorum ratione sumatur. In quibus etiam his VIIII figuris: 1 2 3 Ω 4 6 7 8 9 utuntur. Utuntur etiam ciffrae hoc modo: θ vel 0.

Es ist die älteste Abhandlung, die sich für ein Werk des arabischen Mathematikers Alchwarizmî ausgibt: "Incipit liber Algorizmi." Und man weiß, daß der Name des angeblichen Verfassers 1) auf die Kunst überging, und daß im Mittelalter Algorismus die Bezeichnung der Rechenmethode mit arabischen Zeichen war.

Auch hier wird die Theorie mit Aufzählung der arabischen Zeichen begonnen: "Alles was man in Zahlen nennen oder ausdenken kann, läßt sich mit diesen neun Figuren schreiben und lesen, mit Zufügung jener: 0, welche Cifra genannt wird." 2)

Wenn auch hier noch, wie in den Rechenbüchern von 1143 und 1163, die Null aus der Gesamtheit der Zeichen ausscheidet. so wird sie durch die folgende Theorie als den anderen ebenbürtig ausdrücklich hingestellt: "O wird in allen Gesetzen des Algorizmi gebraucht, wie irgend eine der anderen Figuren. 43) So wird sie im Laufe der Unterweisung auch figura genannt, ja sogar mehrmals numerus. Eine Zahl, die Nichts bedeutete, eine Contradictio in adjecto. Mußte dies den Romanen und Germanen als etwas Abgeschmacktes erscheinen, so war die orientalische Manier, an diesen scheinbaren Widerspruch mystischphilosophische Betrachtungen zu knüpfen, bei den Abendländern geeignet, geradezu Verdacht zu erwecken: ein Zauber sei im Spiele. Der Kodex des Klosters Salem schreibt nämlich: "Jede Zahl entsteht aus der Eins, jene aber aus der Null. " 4)

Wir erinnern uns an den Bibelanfang: "Im Anfang war das Nichts!" und treffen eine ähnliche Art zu denken. Ja beide Gedanken, die Weltschöpfung aus dem Nichts, die Zahlschöpfung aus der Null, werden nun zusammen verarbeitet in einer Weise, die über die Quelle ein helles Licht wirft:

"Auch darf nicht übergangen werden zu bemerken," fährt unser Traktat fort, "daß die Null zu allem von allen Gesetzen des Algorizmi benutzt wird, wie jede andere Figur, ausgenommen,

¹⁾ Über ihn s. C. I, 670.

²⁾ Nam omne quod dici aut excogitari potest de numeris, scribi et legi potest his novem figuris, addita ista 0, quae cifra vocatur.

^{3) 0} per omnia omnibus algorizmi utitur legibus quemadmodum et alia figura.

⁴⁾ Sic omnis numerus ab una generatur, ipsa a nullo.

daß sie keine der Zahlen vervielfältigt. Auch keine andere kann sie vervielfältigen. Denn was ist es anders

ob du sagst: Tausend mal Null - oder bloß Null?

ob du sagst: Null zu Tausend — oder bloß Tausend? Und dennoch vollbringt sie eine Vermehrung, aber nur durch Verzehnfachung: setze bitte 0 vor 1 und es werden zehn; 0 vor zehn und es werden hundert; 0 vor hundert und es werden tausend.

Zu wissen ist, daß darin ein großes Heiligtum liegt: durch das, was ohne Anfang und Ende ist, wird ER versinnbildlicht, der das wahre *alpha* und *omega* ist, d. h. ohne Anfang und ohne Ende; und wie Null sich weder vermehrt noch vermindert, so erhält ER weder Zufluß noch Abgang. Und wie sie alle Zahlen verzehnfacht, so verzehnfacht ER nicht bloß, sondern vertausendfacht, ja daß ich richtiger sage, ER schafft alles aus dem Nichts, erhält und lenkt es." ¹)

Die aus dem Neuen Testament übernommene Vergleichung mit dem α und ω ist wohl in der Übersetzung für etwas anderes eingetreten. Denn das Nachgefügte: "Ohne Anfang und ohne Ende" paßt nicht hierauf, da der Vergleich eben Gott als den Anfang und das Ende zugleich bezeichnet. Hierin haben wir auch schon einen Unterschied in der abendländischen und der morgenländischen Denkweise. Die eine begrenzt auch ihre Abstrakta, die andere gerät mit ihrer Phantasie ins Uferlose. Auch das Abendland hat vornehmlich in der gelehrten und halbgelehrten Literatur solche symbolische Zahlendeutung. Dante hat geradezu eine Vorliebe für sie. Doch kommt dieselbe über die Verwendung äußerer Merkmale selten hinaus: ein Stein ist der dritte in der Reihe der heiligen Steine, die die Mauer des himmlischen Jerusalems zieren — er bedeutet die Dreieinigkeit. Das ist wohl ein typisches Beispiel abendländischer Zahlenmystik.

^{1) (}S. 10. Epilogus Abs. 3.) Nec praetereundum est quod 0 per omnia omnibus algorizmi utitur legibus quemadmodum et alia figura, excepto quod nullum numerorum multiplicat, sed et ipsa a nullo multiplicatur. Quid enim [aliud] si dixeris milies nichil quam nichil? Aut nichil ad mille quam mille? Facit tamen quandam multiplicacionem, sed tandum per decuplacionem: Verbi gratia praepone 0 uni, et fiunt X, praepone deceno et fiunt C., praepone centeno et erunt M. Et sciendum quod in hoc magnum latet sacramentum. Per hoc, quod sine inicio est et fine: Figuratur ipse, qui est vere alpha et O, id est sine inicio et fine; et sicut 0 non auget nec minuit, sic ipse nec recipit aucmentum nec detrimentum; et sicut omnes numeros decuplat, sic ipse non solum decuplat, sed millificat, immo ut verius dicam, omnia ex nichillo creat, conservat atque gubernat.

Gerade wie die Symbolik der Null unseres Salemer Kodex ein ebensolches Exempel orientalischen, und wenn der Schluß nicht zu kühn ist, rabbinischen Scharfsinns ist. Dieselbe Symbolik kehrt nämlich im Verein mit anderen verwandten Anschauungen in der Kabbala wieder, und wenn sich auch nicht mit voller Sicherheit entscheiden läßt, ob diese eigenartige Sammlung die Quelle des Gedankens ist oder das Rechenbuch, so spricht doch gegen die Ursprünglichkeit jenes, daß er in diesem zu einem Nachtrag gehört. Jedenfalls aber sind beide, Kabbala wie diese Deutung der Null, auf gleichem Boden gewachsen.

Daß der Passus übrigens nicht ursprünglich lateinisch niedergeschrieben ist, sondern aus einer orientalischen Sprache ins Lateinische übersetzt wurde, das erhellt aus dem Satze: "Verbi gratia praepone 0 uni, et fiunt decem." Denn nach unserer Schrift könnte von einem "Voransetzen" der Null nicht die Rede sein, sondern gerade von einem Nachsetzen. Es unterliegt keinem Zweifel, daß diese Ausdrucksweise vom Standpunkt der orientalischen Schrift aus gewählt wurde.

Die Schlußbemerkung des Epilogs, der uns diese Beobachtungen hat machen lassen, liefert uns ein weiteres recht wichtiges Merkmal: "Aber all dies", bemerkt der Meister, "lernt sich leichter auf der Staubtafel als aus vergoldetem Kodex. Weswegen denn unsere Kunst auch nicht "das Werk des ruhmreichen Buches", sondern "das Werk des Staubes" genannt wird." 1)

"Staubzeichen" aber, oder Gobâr, hießen die in Spanien üblichen westarabischen Zeichen. Sie waren verschieden von den ostarabischen, die ihrerseits "indische Zeichen" genannt wurden.

Den Kontrast zwischen beiden Systemen und das Aufwerfen eines Problems über ihre gemeinsame Entstehung enthalten folgende drei, verschiedenen ostarabischen Autoren entlehnte Stellen, die Woepke (Journal Asiatique X, 1) in französischer Übertragung veröffentlichte:

Erster Passus (S. 59): "Diese [voranstehenden] neun Zeichen, die Zeichen des Gobâr genannt, sind diejenigen, deren

¹⁾ Haec autem omnia perfectius discuntur in puluere quam in deaurato (vgl. frz. doré) codice, qua propter appellatur opus pulveris, non gloriosi codicis.

Gebrauch in unseren spanischen Provinzen sehr häufig ist." (Es folgt ein Passus über die indische Erfindung der Staubtafel.)

Zweiter Passus (S. 63): "Diese Zeichen werden selten bei uns gebraucht, (S. 64) während ihr Gebrauch bei den im Westen sitzenden sehr häufig ist. *Nota bene:* Der Sinn des Satzes meines Autors ist offenbar der, daß beide [Arten von Zeichen] indischen Stempels sind und das ist die Wahrheit.., dennoch unterscheidet man sie voneinander, indem man die einen indisch, die zweiten gobärî nennt."

Dritter Passus (S. 67): "Der Sinn der Phrase meines Autors ist, daß die zweite Reihe von Zahlzeichen eine Abart der indischen Zeichen sei; doch ist dem nicht so: denn es sind die Zeichen der Gobärschrift. So hätte man das Wort "Indische" streichen müssen."

Wir sehen aus diesen drei Stellen, daß Gobar (Staubzeichen) und in dische Zeichen sich nicht deckten, und besonders, daß für die Ostaraber es ein Problem war, ob auch die Gobarzeichen indischen Ursprungs seien, ein Problem, daß die einen verneinen, die andern bejahen. Daß dies ein Problem war, kann ebenso daran liegen, daß die Ostaraber geneigt waren, den spanischarabischen Zeichen indischen Ursprung abzusprechen, als daß die Mauren mit der Leugnung des indischen Ursprungs etwas Besonderes, Selbstgeschaffenes besitzen wollten. Wohl schreibt Cantor: "Im Westen nahm man zwar die Null auf, blieb aber, und wäre es nur im bewußten Gegensatz zu den Ostarabern, den alten Zeichen treu, deren indischen Ursprungs man sich ebensowohl als ihres alexandrinischen Stempels noch lange erinnerte und die man jetzt Gubarziffern nannte, d. h. Staubziffern." 1)

Ob die Frage hierdurch ganz klargelegt ist, und ob, nach den angeführten Stellen zu schließen, ein bewußter Gegensatz die Ostaraber nicht dazu hätte führen müssen, den indischen Ursprung zu vergessen, soll nicht diskutiert werden. Wir wollen nur hervorheben, daß wir bereits im 12. Jahrhundert einen doppelten Import in Europa beobachten. Das älteste Rechenbuch, die Handschriften von 1143 und 1163, lehrte nach dem *Modus Indorum*,

¹⁾ C. I, 669.

war also ostarabischen Ursprungs, der Kodex des Klosters Salem dagegen zeigte mit der Bezeichnung "Werk des Staubes" eine spanische Quelle und mit seinen kabbalistischen Grübeleien die Hand eines spanischen Juden. Dort aber waren die Juden die berufenen Vermittler zwischen Arabern und Europäern. ja in Toledo und Sevilla existierten vollkommene Übersetzerschulen, die dem Abendlande orientalische Weisheit in lateinischem Gewande zu vermitteln bestrebt waren. Ist der Text, den uns eine Handschrift vom Ende des 12. Jahrhunderts erhalten hat, nicht derselben Übersetzerschule zuzusprechen? Das ist nicht unwahrscheinlich! Und zeigt sich nicht durch solche Kombination, daß an dem spanischen Ausflug des Gerbert oder Gilbert ein wahrer Kern ist, den nur eine fabulöse Einkleidung umhüllt? Man sollte fast meinen, daß dem so sei, und daß das lateinische Rechenbuch des Klosters Salem weit älter ist als die einzige Niederschrift, die wir davon besitzen. Warum aber treffen wir keine Abschrift von ihm in Frankreich?

III.

Dem Mittelalter hatte das schwerfällige römische System bisher genügt. Zu den Rechnungen der Gelehrten besaß man außerdem ein Nebensystem, das auf dem Stellenwerte beruhte. Das war der Abacus, das "Rechen-ABC", die "Rechenfibel". Zeichen, deren Herkunft noch nicht mit Bestimmtheit gedeutet wird, die aber den gewohnten Indisch-arabischen nicht fern stehen, wurden in ein fertiges Schema notiert, und an der Stelle, wo wir die Null zu setzen pflegen, ließ man eine Rubrik aus:

|3| |4|5| = 3045.

So scheint es uns, als ob alles für die Aufnahme eines festen Zeichens für die leere Stelle, der Null, und für die Weglassung des lästigen Quadratschemas, das wir noch oft in Handschriften des 12., ja noch des 13. Jahrhunderts finden, wohl vorbereitet wäre. Und wäre die Null ohne Prätensionen als ein bloßes Merkzeichen aufgetreten, so hätte vielleicht diese Entwicklung nun schon stattgefunden. Wir haben aber im Salemer Kodex vom Ende des 12. Jahrhunderts gelesen, wie man ihr

ausdrücklich eine Stelle unter den anderen "Figuren", dies ist der Terminus Technicus für Zahlzeichen, anwies. man, nicht zufrieden hiermit, alle anderen Zahlen von ihr ableitete, ihr eigenartiges Wirken mit einem zauberisch-mystischen Schleier umgab und sie gar als das Sinnbild der höchsten Gottheit hinstellt. Das war eine Auffassung, die sich erst bei einem Volke hatte bilden können, das an das Zahlzeichen durch langen Gebrauch gewöhnt war, dem der an sich komplizierte Gebrauch dieses Zeichens bereits in Fleisch und Blut übergegangen war. Wo aber die Null als etwas Neues, Unbekanntes mit einem solch prunkhaften Titel eingebürgert werden sollte, mußten sich ihrer Einführung Schwierigkeiten in den Weg stellen: entweder mußte der Europäer des 12. und 13. Jahrhunderts die Überzeugung erhalten, daß er es mit einem bösen heidnischen Zauber zu tun habe, oder aber, es mußte ihn der fortwährende Widerspruch, der in der neuen Rechenmethode lag, zum Spott reizen. Ein Zeichen, das nichts gilt, und dennoch ebenso viel gelten will wie die anderen! Das weder durch Multiplikation noch durch Addition oder Subtraktion das geringste bewirken kann, das links neben eine andere Figur gesetzt sinnlos blieb, aber rechts von ihr diese verzehnfachte, das konnte, da ein inneres Verständnis ausgeschlossen war, nur als Humbug erscheinen.

Der Franzose, besonders aber der Nordfranzose, ist ein großer Spötter. Weh dem Armen, der in einem Pariser Salon einen grammatischen Fehler macht: ein wahrer Pfeilregen ergießt sich über ihn. Oder der diesem konventionellsten aller Völker etwas Neues, der Konvention Entgegengesetztes, bringen möchte. Allgemeiner Spott, und diesmal boshafter Spott, wird ihm reichlich zuteil werden. Die Null eine Zahl, die Quelle aller anderen Zahlen, welche Anmaßung! Schrieb doch der beliebte Lehrer der Pariser Hochschule¹) vom Ende des 12. Jahrhunderts Alanus al Insulis (Alain de Lille), dessen Werke noch zu

¹⁾ Zeugnis des Henricus Gandavensis, der vor 1270 in Paris studierte: S. De Script. eccles. Kap. 21: "Alanus Insulis oriundus... Parisius Ecclesiasticae scholae praefuit." Von der Tradition der Pariser Hochschule wurde er festgehalten, woraus sich sein Einfluß zu Lebzeiten ergibt. Eine Ausgabe von 1698 nennt ihn noch Academiae Parisiensis ante annos 300 rectoris amplissimi [vgl. Migne CCX, 13 ff.].

Rabelais' Zeiten zur Schülerbibliothek gehörten, 1) nach der altbewährten Methode in seiner Encyclopaedie:

Denn der Anfang der Zahl, ihre Quelle, ihre Mutter, ihr Ursprung Ist die Monade, allein gebiert sie unzählige andere. 2)

Von demselben Alanus berichteten wir bereits, wie er einen Gilbert getadelt habe, weil er in der Rechenkunst auf Abwege geraten sei. Von ihm hören wir auch zum ersten Male polemischsatirische Ausfälle gegen die Null.

In seinem Planctus Naturae beschreibt er die Natur, wie sie sich über die Perversität der Menschen beklagt. An seinen Kapitelschlüssen gefällt er sich dabei in Aufzählungen von Zwittergestalten aus Fabel und Tierreich, die für ihn gleichwertige Quellen sind. Bei den Fischen bringt er die Sirene: renibus piscis, homo in facie, ein Wesen mit menschlichem Antlitz und wie ein Fisch von den Hüften an. - Bei den Vögeln tischt er uns als ein weiteres Zwitterwesen die Fledermaus auf. Und bei Beschreibung ihres Sitzes unter dem anderen geflügelten Volke ruft er pathetisch aus: "Dort nahm die Fledermaus, dieser Hermaphrodit unter den Vögeln, die Stelle der Cifra bei ihnen ein. "3) Und das heißt: "Sie behauptete einen Platz unter ihnen, ohne zu ihnen zu gehören. Wie die Cifra unter den Zahlzeichen."

Weiterhin schreibt Alanus in seiner interessanten Encyclopaedie, aus deren mathematischem Kapitel wir bereits zwei Stellen brachten, über die Grammatik: "Diese Kunst lehrt uns [z. B.]: Aus welchen Ursachen und welchem Grunde H kein Buchstabe ist, wennschon sich das Zeichen Schreibung, Namen und Gebrauch anmaßt. Aber auf den Platz der Cifra mit ihm. " 4)

¹⁾ Rabelais erwähnt Gargantua, Kap. XIV unter den Büchern, aus welchen sein Held lernte: Alanus in parabolis.

Quomodo principium numeri, fons, mater, origo Est monas, & numeri de se parit unica turbam. Encyclopaedie, S. 351. Nach der Ausgabe C. de Visch Alani Magni de Insulis Opera, Antwerpen 1654, die ich auch für das folgende gebrauche.

³⁾ Illic vespertilio, avis hermaphroditica cifri locum inter aviculas obtinebat. Hic docet Ars (die Grammatik) . . .

Qua ratione, quibus causis, H littera non sit, Cum sibi praetendat scripturam, nomen et usum. Sed cifri locum possideat! solaque figura

Jus sibi defendens elementi praeferat umbram. "sibi defendere locum = usurpare" (Du Cange unter defendere). - Anticlaudiani Lib. II, Kap. 7.

Und noch einmal kommt er auf unser Zeichen zu sprechen, in seiner berühmten Sprichwörtersammlung, dem *Liber Parabolarum*. (S. 427).

Sehen wir uns die letzte Stelle etwas genauer an: Sie wendet sich vorab gegen die *Cifra* als zehnte Figur. Wie Thersites erhöht sie die Zahl der Figuren, ohne ihre Summe zu vergrößern. Ein artiger Scherz, hinter dem keinerlei Bosheit zu lauern braucht. Aber vorher hat er es ja schon ausgesprochen: "Fort mit dem H, wie mit der *Cifra!*" Und von der Fledermaus sagte er ja, sie gehöre ebensowenig zu den Vögeln, wie die *Cifra* zu den Figuren. Durch den Vers endlich:

Et vult multotiens anticipare locum

wird seine Anschauung ganz klar: er bekämpft nicht nur die Rolle der Cifra als "Figur" mit seinen Schlagwörtern, er stellt sich gegen ihren Gebrauch überhaupt, bleibt also hartnäckig beim Abacus mit seinem Quadratschema und seinen ausgelassenen Zehnerstellen stehen. Dieser Vers ist es, der uns zu der Deutung des Verses:

Gilbertus saltu fallaci transilit artem

veranlaßte, dieser Gilbert habe das von Alanus bekämpfte arabische System einzuführen gesucht. Denn das Epitheton "trügerisch", das sonst nicht leicht einer Methode gegeben werden kann, entspricht ja des Scholastikers Ansicht über die Rolle der Null.

Interessant ist, daß er nur einmal die Null als Beispiel für das Wertlose anführt, daß sie ihm zweimal geradezu als der Typus der Wertlosigkeit erscheint, wenn er zweimal bei der Fledermaus wie bei dem stummen Buchstaben H, mit dem sich die Collégiens noch heute abplagen müssen, die Cifra als den

Tersites numerum non vires auxit Achivis, Sic inter Scacos Alphinus inutilis extat, Inter aves Bubo, Fucus et inter apes. Inter narrantes cifram invat esse figuras Et vult multotiens anticipare locum.

Maßstab ihres Wertes angibt. Daß also nach seiner Ansicht, die ja mit denen seiner Zuhörer und Leser harmonieren mußte, keines Dinges Wertlosigkeit so fest bestand als die der Null.

Daraus erhellt, daß wir uns in der Periode des Entscheidungskampfes befinden. Alanus starb 1202, so werden diese Werke in die siebziger, achtziger Jahre des 12. Jahrhunderts zurückgehen, und das ist ja auch ungefähr die Zeit, in der wir die auffallenden, Widerspruch herausfordernden Sätze des Kloster Salemer Rechenbuches vorfanden.

Wenigstens würde, wenn die Quellen seiner Ansichten so geartet gewesen wären, der Widerspruch des Hochschullehrers alles Auffallende verlieren; die Polemik würde aus dem rein Mathematischen heraustreten und zum guten Teile auf das Gebiet der Theologie übergehen. Dazu käme dann der jüdisch-arabische Ursprung, die Behauptung okkulter Eigenschaften der Null von seiten der Verfasser.

Wenn aber Alanus so schrieb, wie viel mehr hat er da wohl vom Lehrstuhl solche Schlagwörter herabgeschleudert. Wohl hat er dort alles hervorgebracht, was er gegen das unglückselige Zeichen auf dem Herzen trug. Wir wissen nicht, ob er nicht schon Vorgänger besaß; jedenfalls mußte das Beispiel eines Lehrers der berühmtesten, aus allen Ländern der Welt besuchten Hochschule geradezu ansteckend wirken, und zwar gerade auf diejenigen Kreise, die berufen gewesen wären, dem neuen System im Volke Eingang zu verschaffen, die Clers, Laien wie Geistliche. Und selbst, wenn sein Spott, wie in seinen schriftlich niedergelegten Werken, nur die Null getroffen hätte, würde dieser Spott, dieser Mißkredit auf das ganze System übertragen worden sein, auch ohne sein Zutun.

Von den arabischen Namen: "indische Zeichen" oder "Gobâr-Staubzeichen", hatte man keines angenommen. Da aber, wie der Kodex des Klosters Salem, sich die neuen Rechenbücher auf den arabischen Mathematiker des 9. Jahrhunderts zurückbezogen, auf Alchwarizmî, gleichgültig für uns, ob mit Recht oder Unrecht, so war es dieser Name mit seinem auffallenden, dem mittelalterlichen Geiste sich aufdrängenden, fremdartigen Klang, der dem System seinen Stempel verlieh.

Der Kodex des Klosters Salem, und mit ihm sicherlich zahlreiche andere, begann nun:

Incipit liber Algorizmi.

Cantor meinte, diese Stelle zeige, daß das Bewußtsein, Algorizmi sei Personenname, schon geschwunden wäre. Das doch wohl nicht! Freilich ist der Anfang doppeldeutig: "Es beginnt das Buch des Algorizmi" oder aber: "Es beginnt das Buch des Algorismus." Ja letztere Deutung ist entschieden fernliegender. Und dennoch war die Auffassung Algorizmi sei ein Genitiv der zweiten Deklination und der Name des Systems, nicht seines Erfinders, der Ursprung des von nun ab allgemein gültigen Titels:

Algorismus.

Von nun ab würde es aber auch nicht mehr doppeldeutig heißen: "Incipit liber Algorizmi", sondern einfach:

Incipit Algorismus.

Dieser Name drang nun gleichzeitig mit den Bonmots des Alanus in weitere Kreise, die Witzwörter brachten den Namen Cifra in das Volk hinein, und es ist wenige Jahre nach des Alanus Tod einem volkstümlichen Schriftsteller, der Französisch, nicht Lateinisch schrieb, bereits möglich, den Ausdruck cifre en algorisme als allgemein verständliche Bezeichnung des denkbar größten Elends zu brauchen, während faire par algorisme nicht zur Bedeutung "Rechnen" gekommen ist, sondern geradezu "sich verrechnen" heißt.

Gautier de Coincy ist 1177 in Amiens geboren, trat dem geistlichen Stande bei und starb 1236 in Soissons, wo er Prior des Klosters vom Heiligen Medardus war. Seine Hauptwerke schrieb er zwischen 1214 und 1233, und wenn sie auch heute für uns nur wenig Reiz besitzen, so kann man wohl sagen, daß sie so geschrieben sind, wie man es im Mittelalter gern las. Seine Mirakeldichtung, besonders das Miracle de Théophile, waren sehr beliebt und gehörten sozusagen zum klassischen Bücherschatze der letzten Jahrhunderte des Mittelalters. So fehlen weder die Marienmirakel noch der Theophilus in den 22 Werken, die

Peter von Neele in seinen gereimten Inhaltsangaben¹) analysiert, und in welchen er oder sein Arraser Besteller wohl die klassische Literatur seiner Zeit sah.

In dem zuletzt genannten Werk²) kommt nun folgender Passus vor:

Theophilus war Vikar (Vidame = Vicedominus) eines Bischofs und hatte den Ruf der Heiligkeit, so daß er zum Nachfolger seines Herrn gewählt wurde. Nun rechnet er in seiner frommen Spitzfindigkeit:

Nimmt und empfängt er diese Ehre. So könnte Vana Gloria, die irdische Eitelkeit, die viel Böses in sich Ihn bald vollständig in Besitz nehmen. 3) [begreift,

Infolge solcher Überlegung schlägt er die ihm angebotene Stellung aus. Ein anderer, weniger skrupulöser Geistlicher wird Bischof, und aus Ärger, daß man ihm ursprünglich Theophilus vorgezogen habe, entsetzt er kraft seiner Machtvollkommenheit diesen seines Amtes.

Solch ruchloses Benehmen ist wohl geeignet, selbst einen Heiligen zum Zorn zu bringen. Und unser armer Theophilus, der einem bißchen Eitelkeit aus dem Wege gehen wollte, fällt nun bohrendem Neide und wilder Rachsucht zum Opfer:

"Ich Armer!" seufzt er, "nun bin ich in der Klemme! Nun bin ich mattgesetzt, nun bin ich fortgenommen, (Schach!) Hochstehend war ich als Priester und von großem Rufe, Jetzt habe ich doch so lang Algorismus getrieben, Bis ich selber zur Cifra geworden bin!"4)

Die falsche Rechnung des Theophilus, die um ein geringes Übel zu umgehen, in ein weit größeres verfiel, das war faire par

Maillets Ausgabe.

¹⁾ Vgl. Peros von Neele's gereimte Inhaltsangabe zu einem Sammelkodex (Romanische Forschungen, XVI, 735) und Tobler in Ztschr. f. Rom. Phil., 1904.

²⁾ Le Miracle de Théophile ed. C. Maillet, Rennes 1838.

Se cel honnor prent et embrace Vaine gloire qui maint mal lace Tost le pourra si embracier . . . 4) "Ha las!" fet il "or sui en l'angle, Or sui ie mas, or sui ie pris. Haus clers estoie de haut pris.

Or ai tant fet par algorisme, Que cifre ai fet de moi meïsme;" Ich schreibe die Stelle nach Paris, Bib. Nat. No. 375 fr., fo. 310c und nicht nach

algorisme: wer sich mit Algorismus abgibt, ist auf einem Irrweg, verrechnet sich schändlich und ist schließlich nicht mehr wert als jenes berüchtigte Zeichen, die Cifra.

Und so wird ihm diese zum Schimpfwort, das er gleichwertig mit den der Zoologie entnommenen in seinen *Marien-mirakeln* braucht:

Ein Hornvieh! Ein Schaf! Eine Algorismus-Cifra Ist ein Geistlicher, der an solchem Festtage Nicht die Gottesmutter feiert. 1)

Das ganze Mittelalter hindurch lassen sich diese Witzeleien über *Cifra* und *Algorismus* verfolgen, meist so variiert, daß sich nicht die eine von der anderen ableiten läßt, was uns anzeigt, wie tief diese sonderbare Anschauung eingedrungen war.

Hundert Jahre nach Gautier de Coincy schreibt Guilleaume de Machault (1300 – 1377 ca.):

Eine Algorismus *Cifra*, Die nicht Zinsen noch Zehnten gilt. 2)

Ein Scherz, den wir auch heute noch machen könnten, anspielend auf die numerische Wertlosigkeit der Null. Wie er aber im 14. Jahrhundert verstanden wurde, das zeigen andere, ähnliche Schlagworte aus derselben Periode, wie z. B. das von Littré zitierte: "Du bist eine Algorismuscifra, die nichts tut als den anderen Figuren den Platz stehlen." 3) Und der vorzügliche Chronist der Burgunderherzöge George Chastellain (1405 – 75), sicherlich für seine Zeit ein hochgebildeter Mann, schreibt: "Ich bin bei alledem nur eine Null, die Unklarheit und Mühsal verursacht." 4)

Die Null, ihre Verwendung als Zeichen wie ihr ganzes System, erschien also noch dem Gebildeten des 15. Jahrhunderts als eine höchst überflüssige und noch dazu fortwährend zu Irr-

1)

2)

Beste cornue est et moutons Et s'est chifre en augorisme Clerc qui ce jour de li meïsme Ne festoie la mere deu. C'est un gissre en argorisme

Qui ne cognoist rente ne disme.

3) Tu es li cyffres d'augorisme qui ne fait fors tolir le lieu d'autre figure.

4) Aussy bien n'y suis fors que une ciffre donnant umbre et encombre.

tümern verleitende Schreibmethode. So brauchen wir uns nicht zu wundern, wenn Godefroy in seinem altfranzösischen Wörterbuch eine Stelle nachweist, wo chiffre neben degast als Homonym gebraucht erscheint, also "Unrat" bedeutet. Und das im 16. Jahrhundert, in der Renaissance, nachdem der Druck bereits fünfzig Jahre lang seinen fördernden Einfluß auf Bildung und Kultur ausgeübt hatte. Um dieselbe Zeit lesen wir bei Clément Marot (1544):

> Mit ihnen ihr erlauchter Herzog. Den man für eine Algorismuscifra halten kann. 1)

Die originellste Anspielung aber von allen angeführten findet sich schließlich bei Henricus Aquipolensis in seiner Lubecca:

Wie die Puppe (?!) ein Adler sein wollte, der Esel ein Löwe, Die Äffin eine Königin – so wollte die Cifra eine Figur sein. 2)

Der Verfasser zählt hier offenbar eine kleine Sammlung von Fabeln auf, die das alte Thema vom "Zaunkönig" oder vom "Ochsenfrosch" frei variieren. Und darunter finden wir also auch die Fabel "von der Cifra, die eine Figur werden wollte" genannt, als eine originelle Satire auf die mißlungene Bestrebung. die Null als Zahlzeichen einzuführen. Eine Stelle, die, trotz der zwischenliegenden 300 Jahre, wohl direkt auf des Alanus Einfluß zurückzuführen ist, von dem wir ausgingen.

IV.

Zu diesen ältesten Tagen der geschilderten Konflikte wollen auch wir nun zurückkehren, um die Folgen zu beobachten, welche die satirische Bewegung mit sich gebracht hat.

So stark aber die Wirkung ihrer Schlagwörter auf Volk und Schule war, wo man nach wie vor beim römischen System blieb. so war es dennoch nicht möglich, durch solche oberflächliche Kritik den Mathematikern das neue System zu entreißen. Und so sehen wir für die nächsten Jahrhunderte eine jener Spannungen zwischen Hochschule und Schule, die der Gesamtheit stets zu

1)

2)

Avecques eulx leur duc serenissime Qu'on peult juger un chiffre en algori(s)me. Ut pupa praesumpsit aquila esse, asinus leo quondam,

Simia regnatrix - cifra figura fore.

größtem Schaden gereicht, da sie beide Parteien gegenseitig in schlechtes Licht rückt. Der Gelehrte lernt das Volk verachten, das in seiner Einfalt das "Algorismusrechnen" mit "verrechnen" gleichsetzte, die Nichtmathematiker blickten wohl auf die Fachleute, die auf dem trügerischen Boden der Teufelskunst ausharrten, mit einer Mischung von Argwohn und Spott.

Den Mathematikern mußte es nun am Herzen liegen, die Bedenken gegen ihr System fortzuräumen, und da diese eigentlich nur formeller Natur waren, so hatten sie ja hierin leichtes Spiel. Der Spott wandte sich gegen die Null hauptsächlich darum, weil sie eine Figur sein wollte; es stand den Theoretikern frei, dies letztere zu leugnen, die Null als bloßes Merkzeichen aufzufassen und den Versuch zu machen, sie unter einem neuen Namen, gleichsam verkleidet, einzuschmuggeln. Es stand ihnen frei, das ganze System anders zu benennen, andere Zeichen für die üblichen zu setzen.

Und wenn wir die Systeme der ersten Jahrzehnte des 13. Jahrhunderts vornehmen, so werden wir auch überall auf solche formalen Bestrebungen stoßen, die am Wesen der Sache nichts ändern und doch geeignet waren, die volkstümlichen Bedenken aus dem Wege zu räumen. An der Spitze des Jahrhunderts wie dieser formalistischen Bewegung steht Leonardo Fibonacci aus Pisa. Als Consulssohn hatte er in der Handelsstation Bugea das Rechnen mit arabischen Zeichen gelernt und führte die neue Kunst in dem denkwürdigen Jahre 1202 bei seinen Landsleuten durch Herausgabe des *Liber Abaci* ein.

"In Bugea" schreibt er hier, "wurde ich von wunderbarer Meisterschaft in der Kunst mit den neun Figuren der Inder zu rechnen unterwiesen, und es gefiel mir die Theorie dieser Rechenmethode viel besser als alle anderen; dazu lernte ich all das, was hiervon in Ägypten, Syrien, Griechenland, Sizilien und der Provence an Variationen gelernt wird . . . und mit vielem Eifer lernte ich auch disputationis conflictum. Aber dies alles und den Algorismus dazu und die Bogen des Pythagoras erkannte ich gleichsam als Irrlehren im Vergleiche zu der Methode der Inder." 1)

¹) Ubi (in Bugea) ex mirabili magisterio in arte per nouem figuras indorum introductus, scientia artis in tantum mihi pre ceteris placuit, et intellexi ad illam, quod quicquid studebatur ex ea apud egyptum, Syriam, Greciam, Siciliam et provinciam cum suis variis

Die Gegenüberstellung der Methode der Inder und des Algorismus, wobei erster Methode der Vorzug gegeben wurde, hat für uns nichts überraschendes. Wir haben ja gesehen, daß die Ostaraber die indische Methode die ihre nannten, die Westaraber jedoch im Gegensatz hierzu die Staubzeichen, das onus pulveris besaßen. Der älteste lateinische Traktat über die Theorie der arabischen Zahlzeichen nannte sich nach der Handschrift von 1162 nach dem Modus Indorum: "nostri tractatus inicium Indorum ratione sumatur."

Dagegen nannte sich der Kodex des Klosters Salem Liber Algorizmi und opus pulveris. Und während nach der ratio Indorum nur neun Zeichen genannt wurden und die Null, wurde im Liber Algorizmi die Null nicht nur als figura, sondern als Quelle aller anderen Zahlen, als ein Sinnbild der Gottheit bezeichnet.

Leonardo stellt sich nun in der Herleitung von den Indern wie in dem Neunzahlensystem zu dem Traktat von 1142 und 1162: "Mit diesen neun Figuren und mit diesem signum 0. welches zephirum auf arabisch heißt, kann man jede beliebige Zahl schreiben, "1)

Das Neunzahlensystem war also ein Charakteristikum der ostarabischen Theorie, während es nach dem Ms. des Klosters Salem die jüdisch-westarabische war, die sich auf Alchwarizmi (wenn dieser auch Ostaraber war!) zurückbezog und mit zehn Zahlzeichen operierte. So ist es für uns nicht seltsam, daß Leonardo den Modus Indorum gegen den Algorismus stellt; denn sie waren der Quelle nach getrennt. Daß er aber letzteren gleichsam eine Irrlehre nennt, ist dennoch problematisch. Aber nur einer, scheint mir, hat dies bis jetzt notiert: Nagl in der Zeitschrift für Mathematik und Physik (XXXIV, Hist. Abt., S. 142):

"Daß dem praktischen Italiener der schwerfällige Abacusund die unfruchtbare Methode Gerberts nicht zusagten, begreift sich leicht; aber auffallend bleibt, daß er den Algorismus in einen Gegensatz zu dem Modus Indorum stellt, da sie doch

modis, adque loca negotiationis tam postea peragravi per multum studium et disputationis didici conflictum. Sed hoc totum etiam et algorismum atque arcus pictagore quasi errorem computavi respectu modi indorum.

¹⁾ Cum his itaque nouem figuris et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus.

beide identisch waren." — Nun, letzteres waren sie in der Tat nicht; doch gibt Nagl im folgenden einen Versuch der Lösung unseres Problems, der sehr beachtenswert ist: "Die Sache erklärt sich durch den in der Geschichte des Gegenstandes sehr wichtigen Umstand, daß die Aufnahme der indischen Methode bei den Italienern von allem Anbeginn im engsten Zusammenhang mit den Anforderungen und der Anwendung im praktischen Leben geschah."

Sicherlich, es ließe sich hiermit Leonardos Stellungnahme begreifen, als Irrlehre hätte er dann den Algorismus nur deswegen bezeichnet, weil dieser sich weniger nach den praktischen Anforderungen richtete als sein System. Aber es bleibt noch etwas übrig. Warum in aller Welt nannte er sein Buch *Liber Abaci?* Wendet er sich nicht auch gegen Gerberts Methode und gegen den Abacus in der Form der Bogen des Pythagoras; es ist unbestreitbar, daß diese Art Parteinahme für den Abacus an sich viel rätselhafter ist, als die Stellung gegen den Algorismus!

Wie aber, wenn Leonardo Kenntnis von den Kontroversen der Pariser Hochschule gehabt hätte? In demselben Jahre, in welchem er seinen Liber Abaci schrieb, war ja Alanus von Lille gestorben, seine Witzwörter konnten sich bei der zentralen Stellung der Pariser Hochschule längst verbreitet haben. Der Polyhistor Alanus aber war Abacist. Der Ursprung des Sturmes gegen den Algorismus lag nicht im Volke; er war bei der älteren reaktionären Schule zu suchen. Einem Alanus ging schon Gerbert oder Gilbert zu weit. Die Null als Figur oder als Zeichen überhaupt hatte er nicht einmal ernst nehmen können. Kurz, wenn Leonardo sich gegen den seinem System auf das nächste verwandten Algorismus stellt, ihn eine Irrlehre schimpft und sich mit der Wahl des Namens Liber Abaci unter die Fittiche der reaktionären älteren Schule in Verkleidung begibt, so können wir darin nur den Versuch erblicken, dem durch Alanus und Genossen in weitere Kreise gebrachten Vorurteil gegen den Algorismus auszuweichen.

Daß aber Leonardo von einem Konflikt in den Ansichten wußte, das geht doch wohl aus dem Satze des Prologs hervor:

"Per multum studium et disputationis didici conflictum." Denn wenn auch die in Boncompagnis Ausgabe befindliche altitalienische Übersetzung (Vita, S. 50) hier widergibt: "inparai con molto studio il modo del disputare a li contrasti che vi occorono." den Satz also allgemein faßt, so kann nicht eingesehen werden. was das Disputieren im praktischen Leben, speziell aber beim Rechnen soll. Da sich die angeführte Stelle aber innerhalb einer Vergleichung verschiedener Rechensysteme findet, kann ich nicht anders verstehen als: "Mit vielem Fleiß lernte ich den Streitpunkt der Meinungsunterschiede." Die altitalienische Übersetzung: er habe mit viel Eifer die Art zu disputieren gelernt an den Meinungsunterschieden, die dort aufstoßen, übersetzt übrigens, als ob im lateinischen Text stünde: disputationem didici conflictis.

Wenn auch Leonardo mit diesem Kunstgriff, der alles verbrannte, was ihm heilig sein sollte, und das auf sein Panier schrieb, was eigentlich zu dem von ihm bekämpften gehörte, eine nicht streng wissenschaftliche Art des Vorgehens zeigte, so schien dieser Weg doch offenbar dem praktischen Italiener geboten. Und nichts zeigt mehr, daß er im Rechte war, so zu handeln. als der Umstand, daß sein System, trotz Anfeindungen, ja trotz gesetzlicher Vorschriften gegen die Anwendung desselben, in Italien das herrschende blieb. Von Kaufleuten wurde es beim Rechnen wohl ausschließlich gebraucht, während in Frankreich bis zum Ende des 15. Jahrhunderts für alle Nichtmathematiker die römischen Zeichen die gewohnten blieben.

Die Bewegung, welche Alanus bekämpft hatte, schloß mit den Spottworten der Pariser nicht ab, sondern bestand gerade in Paris weiter. 1220 tritt Jordanus Nemorarius in den Dominikanerorden zu Paris, um an der Hochschule einer der bedeutendsten Mathematiklehrer seiner Zeit zu werden. Er starb 1237 (C. II, 57, 58). In seinem Algorithmus demonstratus lehrt er zehn Zahlzeichen, nennt die Null eine Figur und bezeichnet sie als cifra, circulus oder als figura nihili. Daraus erhellt, daß das dekadische Zahlsystem seit seinem ersten Auftreten in den letzten Jahrzehnten des 12. Jahrhunderts ununterbrochen fortbestand und vielleicht gerade in Reaktion gegen den allgemeinen Spott sich gefestigt hatte.

Dementsprechend finden wir nach dem Tode des Jordanus in dem beliebtesten Rechenbuch des französischen Mittelalters ebenfalls ein dekadisches Zahlsystem. Es ist dies ein lateinisches Lehrgedicht in Hexametern, unter dem Namen Carmen de Algorismo bekannt, das in einer großen Anzahl Handschriften bewahrt ist, und das J. O. Halliwell in den Rara Mathematica herausgegeben hat. Die Verfasserschaft ist fraglich. Alexander de Villa Dei (gest. 1240) wird genannt; jedenfalls stimmt dieser Nachweis chronologisch zu der vermutlichen Entstehungszeit des Gedichtes, dessen Abfassung sich wohl unmittelbar an des Jordanus Schriften anschloß. Seine Theorie legt es in den ersten Versen fest:

Haec algorismus ars praesens dicitur in qua Talibus Indorum fruimur his quinque figuris.

Es stellt also bereits eine Verquickung der noch im 12. Jahrhundert geschiedenen Systeme dar, unterscheidet hauptsächlich
nicht mehr zwischen indischen Zeichen und Staubzeichen oder
Algorismus, auf welch letzteren es mit der dekadischen Theorie
zurückgeht. Die Beliebtheit des Gedichtes zeigt sich außer in
den zahllosen Handschriften, die in England und Frankreich zu
finden sind, auch darin, daß seine Definitionen zu Merkverschen
werden, die man überall wiederfindet: so z. B. die Definition
der Null:

Cifra nil significat dat significare sequenti.

Dies bringt ein Prosatext von 1296 der Pariser Nationalbibliothek (Lat. 15171 fol. 94; das Datum S. fol. 92 v. u.):

Cifra per se nihil sigt sed dat sigre sequenti.

Und 1402 übersetzt ein französischer Kodex derselben Bibliothek (fr. 1543, fol. 198 r.):

Le chiffre $\cdot 0 \cdot$ ne senefie riens par soy mais elle donne as autres significacion. 1)

Johannes de Sacrobosco (C. II, 87; gest. 1257) führte eine Definition des Carmen in dem Tractatus de arte numerandi

¹⁾ Die Cifra 0 bedeutet an sich nichts, aber sie gibt den anderen Bedeutung.

mitten in seiner Prosa an mit der charakteristischen Wendung: Unde versus . . . "Woher der bekannte Vers . . . " Cantor schrieb hierüber (C. II, 90): "Soll man daraus die Folgerung ziehen. Sacrobosco sei auch der Verfasser dieser Dichtung gewesen (des Carmen), oder soll man umgekehrt annehmen, das von einem anderen verfaßte Gedicht sei schon bekannt und mehrfach in Gebrauch gewesen, als Sacrobosco sein Lehrbuch schrieb? Beide Schlüsse sind gezogen worden." – Aber ganz mit Unrecht. Als ,Citat' weisen sich die Verse innerhalb Sacroboscos Prosa an sich aus. Ein Hinweis aber auf ein solches, besonders mit den Worten: "Unde versus" wäre undenkbar, wenn nicht damals schon das Carmen zu Merkversen gebraucht worden wäre, wie wir es mit seiner Definition der Null noch im 15. Jahrhundert nachgewiesen haben. Daß Sacrobosco nicht der Verfasser des Gedichtes sein kann, geht schon daraus hervor, daß er ein Neunfigurensystem in der Art des Leonardo Pisano vorträgt, und daß der für sein System charakteristische Name der Null: Teca dem Carmen unbekannt ist.

Nur noch spärlich wird nämlich von nun an in Lehrbüchern ein dekadisches Zahlensystem vorgetragen und fast immer, wenn dies dennoch geschieht, dasselbe direkt auf das Lehrbuch des Jordanus oder auf das Carmen zurückzuführen sein.1)

Alle anderen versuchen es nun mit dem Weg, den Leonardo eingeschlagen hatte, lehren ein Neunzahlensystem, bezeichnen die Null nur als ein Merkzeichen, daß die Stelle leer sei, und suchen den geläufigen Namen cifra durch andere Ausdrücke, wie theta oder teca, letzteres nach dem Kommentare des Petrus de Dacia zu Sacrobosco der Name eines Eisen, mit dem man Dieben einen Stempel einbrannte, 2) zu ersetzen.

¹⁾ Ein dekadisches Zahlensystem kennen im 14. und 15. Jahrhundert z. B.: Paris, Ste. Geneviève, 267, fol. 216r. (a. 1350): decima autem figura circularis chifra

Paris, Mazarine, 3516, fol. 79 v. (Sec. XIV): decima vero dicitur theta vel cifra vel

figura nichili. Paris, Mazarine, 3492 (Sec. XV), fol. 313. (Glosse zu dem Verse des Carmen.) Donec ad extremam venias que cifra vocatur.

^{,, . . .} decima autem figura est que nil significat unde dicitur figura nichili vel checa (vel cifra vel cifrus."

²⁾ Sacrobosco, Algo ismus Vulgaris. Hauniae 1897. Quia rotunda est, dicitur haec figura teca ad similitudinem tecae. Teca est enim ferrum figurae rotundae, quod ignitum solet in quibusdam regionibus imprimi fronti vel maxillae furis seu latronum.

Neben Sacrobosco zeigt sich der Pseudojordanische Algorismus: Jordani (magistri) de algorismo cum commento bereits mit seinem Neunzahlensystem als solcher, da Jordanus noch ein dekadisches lehrte (vgl. C. II, 59). Ebenso die sog. Übersetzung der Rechenkunst des Alchwarizmî, deren einziges Manuskript (Sec. XIII) sich in Cambridge befindet. Ebenso die angebliche Alchwarizmüübersetzung von Johannes Yspalensis (= von Sevilla). 1)

Beide Traktate nennen die Null circulus, eine natürliche Bezeichnung, die wir bereits in dem Rechenbuch von 1142 fanden, und definieren sie und ihren Gebrauch in folgender Weise. Die erste: "Bleibt nichts übrig, so setze ein Kreischen, damit die Stelle nicht leer sei . . . " Die zweite: "Damit die Zahlen, die an die zweite Stelle (= Zehnerstelle) gehören, nicht an erster, sondern an zweiter nach links kommen, setze man an die erste Stelle zur rechten des Schreibers ein Kreischen, damit dadurch gezeigt, daß die Stelle leer sei. " 3)

Daß beide Werke miteinander in irgend einem Zusammenhang stehen, vielleicht als Bearbeitungen derselben (arabischen?) Urschrift, darf wohl als ausgemacht gelten. Woepke bezeichnete im *Journal Asiatique* (X. I, 488¹) die Schrift des Johannes von Sevilla als eine Art von Paraphrase des Cambridger Manuskripts.

Es blieb aber natürlich nicht dabei, daß man das Neunzahlensystem lehrte, eine Polemik gegen das Zehnzahlensystem mußte notwendigerweise damit verbunden sein, schon weil die Schlagworte der Studenten sich sicherlich gegen alles richteten, was überhaupt unter der Flagge Algorismus dahinfuhr. Eine amüsante kleine Predigt, daß die Null keine Figur sei, finden wir unter den Glossen zum Carmen in der Handschrift 3492 der Bibliothèque Mazarine auf Blatt 813 v.: "Neun Figuren" schreibt dort ein sanguinischer Mathematiker, "sind in dieser

¹⁾ Beide Schriften von B. Boncompagni in Trattati d'Arithmetica, I, 1875 herausgegeben. Vgl. C. I, 671, 6732.

²) Si nihil remanserit pones circulum, ut non sit disferentia vacua: sed sit in ea circulus qui occupet ea[m], ne sorte cum vacua suerit minuantur disferentiae, et putetur secunda esse prima (C. I, 673²).

³⁾ Ut enim prime differentie • 9 • numeros representent: primo loco quelibet illarum poni precipiuntur. Sed ut numeros (!) secunde non iam primo loco, sed secundo versus sinistram scriptoris ponuntur (!), preposito circulo in primo loco versus dextram scriptoris ut per hoc prima differentia vacua esse ostendatur.

Kunst enthalten, welche von rechts nach links geschrieben werden müssen, nach der Art der Araber.

Wenn gewisse Leute sagen, es seien zehn Figuren, so ist das falsch. Denn wie gewisse [andere] zu sagen belieben, daß jede Figur für sich genommen eine Zahl bezeichne, so tut das doch die Cifra nicht, ergo ist sie keine Figur. 1)

Die Krone setzt schließlich dieser "Kompromißbewegung" ein System auf, das Nagl beibrachte.²) Es versuchte die Null durchweg fortzulassen, schrieb die Zahlen 1–9 mit arabischen Zeichen, dagegen die Zehner mit römischen: X, XX...C..M.

Das Schicksal dieses praktischen Systems, das mit der Schwierigkeit der neuen Zeichen auch alles das eliminierte, was ihre Superiorität ausmachte, ist natürlich kein günstiges gewesen.

V.

Trotz dieser starken Literatur, die ohne Zweifel auch von mündlicher Propaganda begleitet war, blieb man allgemein in Frankreich bei dem alten römischen Zahlensystem. Nur Mathematiker bedienten sich der neuen Zeichen, im 14. und 15. Jahrhundert auch Alchimisten und Astrologen, gerade weil sie den wenigsten geläufig waren, und weil, nachdem die Witze über sie ihre Spitze verloren, das Mystische ihrer spanisch-jüdischen Herkunft sie für diese Künste als geeignet erscheinen ließ.

Fanden sie aber aus Liebhaberei oder zum Zwecke der Verbreitung in einem anderen populären Traktate Anwendung, so mußte meist ein Schlüssel vorgeschickt werden. Ja selbst wenn diese Traktate ihrem Inhalt nach auf ein gelehrtes Publikum zugeschnitten waren, wie z. B. Übersetzungswerke aus dem Arabischen u. dergl., fehlt ein solcher selten. Einige Beispiele mögen als Beleg dienen. In einem Manuskript aus dem Jahre 1296 lesen wir von einem Kalender: "Es ist zu wissen, daß das folgende Kalendarium, was die Zahlzeichen anbetrifft, die es enthält, mit den Zeichen des Algorismus geschrieben ist." Folgt eine Be-

¹⁾ IX figuras (!) in hac facultate contentasque (!) scribi debent versus sinistram partem secundum consuetudinem arabum. Cum quidam dicunt quod sunt decem figure, sed falsum est, ut placet quibusdam qui dicunt quod omnis figura per se sumpta aliquem numerum designat — cifra talis [non] est: ergo non est figura.

²⁾ Ztschr. f. Math. u. Phys., XXXIV, hist. Abt., 1391.

schreibung ihres Gebrauchs.1) Fünfzig Jahre später zu einer lateinischen Summa, ungefähr aus dem Jahre 1350, finden wir die Einleitung: "Zur Erklärung der Zahlzeichen, welche in dieser Summe gebraucht sind: Es sind neun Zahlzeichen . . . "2) Und wieder fünfzig Jahre später in einem französischen Buche, dessen Abschrift der Schreiber am 27. Mai 1402 vollendete: "Damit man die Zahlen dieses Buches, die mit Algorismuszeichen geschrieben sind, verstehen könne, habe ich diese Erklärung beigegeben. Denn diese Methode ist vornehmer und kürzer als die gemeine Art. " 3)

"Die gemeine Art," le nombre commun, ist der allgemein gebräuchliche Titel des römischen Systems. So schreibt Eustache Deschamps (gest. ca. 1405): "Arithmetik ist die Kunst mit Algorismuszahlen oder dem nombre commun abzuziehen oder zu addieren. " 4)

Und noch 1485 werden in einem interessanten Werkchen, das uns im letzten Kapitel beschäftigen wird, die arabischen Zeichen genannt: une maniere d'escripture a la lettre commune differante, "eine von der gewohnten Schreibart (= dem römischen System) abweichende Weise."

An dieser Sachlage war natürlich der Spott der Abacisten nicht allein schuld. Auch nicht die geringere Fähigkeit der Franzosen als der Italiener, das System verwendbar zu machen. Einerseits genügte eben das alte System, das Bedürfnis nach einem neuen lag nicht vor. Und so wurde das Kennen der arabischen Zahlen außer für Mathematiker zu einem Luxuswissen. Zudem bereitete die ungewohnte Verwendung der Null mehr Schwierigkeiten, als wir uns das heute noch vorstellen können.

Wir haben im Laufe dieser Zeilen gesehen, wie peinlich und ausdrücklich betont wurde, daß die Null zur Rechten ge-

2) Paris. Ste. Geneviève 267, fol. 215 (um 1350). Ad declaracionem autem figurarum que posite sunt in ista Summa, que sunt nouem figure . . .

4) Arismetique est science de getter et compter par le nombre de augorisme et autre

nombre commun.

¹⁾ Paris. Bio. Nat. lat., 15171, fol. 94 (anno 1296). Sciendum est quod kalendarium sequens quantum ad numeros quos continet inscribitur signis algorismi.

⁸⁾ Paris. Bib. Nat. fr., 1543, fol. 199 (anno 1402). A chelle fin que on puisse entendre le nombre qui est contenu en ce liure par figures de agorisme ay mis ceste rebrique. Car tel nombre est plus noble et plus brief que n'est le commun. Algorisme contient IX telles figures et une chiffre: 1, 2 etc. . . .

schrieben werden müsse und dann, nur dann verzehnfache. Die Stellung der Null, ihr Verhältnis zu den übrigen Zahlen erzeugte eben dennoch gehöriges Kopfzerbrechen. So beklagt sich eine Persönlichkeit, vielleicht ein Lehrer, darüber, sobald man mehrstellige Zahlen zu schreiben habe, schriebe man die Cifra, wo sie nicht hingehöre, in dem Gedanken, daß sie nichts gelte. 1) Wir erinnern uns, gelesen zu haben (s. S. 170), wie Georges Chastellain, ein hochgebildeter Mann zu seiner Zeit (1405 – 75), die Null ein Zeichen nannte, das nur Unklarheit und Mühsal verursache; daß ein anderer ihr nachsagte, sie gebe weder Zehnten noch Zinsen, wobei er wohl hauptsächlich auf den Rechner zielte, daß sie nur anderen Zeichen den Platz stehle und dergleichen mehr. Ja "Unrat" wurde sie genannt.

Um sich über diese schier unüberbrückbar scheinenden Schwierigkeiten hinwegzusetzen, griff man zu Merkverslein, und wir haben erwähnt, wie besonders die Definitionen des Carmen de Algorismo zu solchen geworden waren. Zum Merken des Stellenwertes bestand ein besonderes Verschen, das ich bisher an drei Stellen in den Pariser Bibliotheken gefunden habe, und das als noch nicht veröffentlicht hier folgen soll, zumal es ein neues Licht auf die Schwierigkeiten wirft, welche der Stellenwert dem Schüler bereitete.

Es befindet sich:

- 1. Bib. Nat., lat. 15125, fol. 35 v. (a. 1351, wie der Kalender auf fol. 27 r. zeigt).
 - 2. Bib. Mazarine, 3492, fol. 313 r. (unter den Glossen).
 - 3. Ste. Geneviève, 267. Die zwei ersten Verse.

In istis novem versibus potes addiscere chifras. Unum prima, secunda decem, dat tercia centum, Quarta dabit mille, milia quinta decem. Centum milia sexta dat, eptaque2) milia mille Mille dat octava, sed millesies decies. Centesies nona, sed millesies quoque mille,

¹⁾ Paris. Ste. Geneviève, 267, fol. 216 v. decima chiffra dicitur q nichil p se significat & pp hoc forsitan q falsificata scribitur Sc qu pl'es figure smil scribuntur. Ich lese: Et propter hoc forsitan falsificata scribitur sicubi quamplures figure similiter scribuntur. 2) Glosse: septima.

Millesies mille millesies decima. Sic per millenum, centenum, denariumque Extremum semper multiplicat numerum. Chifra nil condit, sed dat signare sequentem. 1)

Es ist nicht zu leugnen, daß selbst bei Auswendigbeherrschen dieses Verschens die Anschauung vom Stellenwerte nicht wesentlich gefördert war. Und so scheint eine boshafte Glosse nicht unberechtigt, die im erstgenannten Kodex (Bib. Nat., lat. 15125), sich dem Gedichtchen anschließt:

1 2 3 8 4 . . . dann Zehner, Hunderter, Tausender . . . 2000 et sic de similibus. Muse musart, muse il assez.

9876483210

Die französische Bemerkung: muse musart, muse il assez, zu deutsch unter Beibehaltung der Wortstellung: "Schwätzt ein Schwätzer, schwatzt er gleich ordentlich," ist ursprünglich eine Glosse gewesen, die ein zu gewissenhafter oder eher unaufmerksamer Abschreiber mit in den Text genommen hat, wo sie sich komisch genug ausnimmt. Es ist nicht nur die Bemerkung eines übelgelaunten Schülers, dem die "Teufelskunst" ein Kreuz ist, wie z. B. jenem Glossator des Carmen in der Handschrift Bib. Nat. lat. 14809, fol. 155 v.: "o lector! In subtractione operare!" oder: "o lector! Quid est quadratus et cubicus?" — Es kommt hier etwas von der Verachtung gegen das System heraus, die der Spott erzeugt hatte, gegen ein System, das unendlich kompliziert schien und mit dem man weniger erreichte als mit dem üblichen.

Wer es allerdings fertig brachte, trotz dieser Schwierigkeiten die arabischen Zahlzeichen kennen und gebrauchen zu lernen, erwarb sich dadurch einen gewaltigen Respekt vor den Leuten, und diesen Umstand haben ja Sterndeuter und Goldmacher gehörig ausgebeutet. So findet sich auf dem letzten Blatte einer Handschrift, Bib. Nat. lat. 15 461, eine Tabelle, die zwar Tabula abaci de opere practico numerorum genannt wird, aber mit Verwendung der Null und arabischer Zeichen hierher gehört. Und hierzu die in nicht einwandfreiem Latein geschriebene Glosse:

¹⁾ Auch hier finden wir die Definition des Carmen.

Qui si sciat core (?) Non est vilis in valore 1)

Etwa: "Wer sie vollkommen beherrsche, sei nicht gering an Wert."

Und noch zu Rabelais' Zeiten scheint dem Volke die Summe alles Wissens im Algorismus gesteckt zu haben, wenigstens bemerkt eine seiner Figuren Pantagruel II, Kap. 12: "Et les bonnes gens de ma terre en avaient bonne espérence, disant: Ces enfants deviendront grands en algorisme." — "Es wird eine Leuchte im Algorismus werden," sagte man also von einem Kinde, das gute Anlagen zeigte, noch im 16. Jahrhundert.

Während dies im allgemeinen Abschnitte aus der gelehrten Geschichte der arabischen Zahlzeichen sind oder aus ihrer Rolle in Schule und Universität, besitzen wir auch Dokumente, an denen wir ihre volkstümliche Geschichte studieren können. Das sind die eigenartigen lautlichen und begrifflichen Entwicklungen von cifra – chiffre und zefiro – zero.

VI. Die Wortgeschichte von cifra und zero.

Das lateinische cifra (daneben seltener cifrus) mußte den Lautgesetzen gemäß altfranzösisch la cifre geben. Und in dieser Gestalt findet sich dies Wort auch. Daß dann neufranzösisch nur das Masculinum gebräuchlich geworden ist und auch die lautliche Gestalt sich nicht rein erhalten hat, verdankt die Sprache meiner Ansicht nach dem Durchdringen eines Dialektes. Wenn wir z. B. eine altfranzösische Übersetzung des Carmen ansehen, die Boncompagni herausgab (vgl. Anhang), wird uns sofort auffallen, daß der weibliche Artikel mit dem männlichen gleichlautend ist: "de le quelle", "li primiere fait ·1·" und auch bei cifre: "iusc'a le darraine ki est appellee cifre;" und bei: "cis ciffre ne fait riens," machen wir dieselbe Bemerkung für das Pronomen. Es ist dies eine Eigentümlichkeit des pikardischen Dialekts, welche schließlich zu den gröbsten Verwechslungen beider Geschlechter führte. Derselbe Dialekt ist es, in welchem äuch c vor

¹⁾ Cui si sciat c no 3 vilis in valore.

i und e, das hochfranzösisch als Sibilant (= S) ausgesprochen wird, zu einem Zischlaut wird, der dem französischen ch entspricht. Es steht demnach für lateinisch cifra lautgesetzlich:

französisch: la cifre dem pikardischen: le chifre gegenüber. Der Gebrauch schwankte, wir finden, wie eben, le cifre und daneben feminines chiffre, z. B.: "algorisme contient IX telles figures et une chiffre."

Daß dann der pikardische Dialekt die Oberhand behielt, ist dafür beweisend, daß in den blühenden Handelsstätten dieser Gegend mehr Interesse für die neuen Zeichen zu finden war als im Zentrum. Diese Spaltung existiert aber auch schon für Alain de Lille, der zweimal cifrus neben einmaligem cifra braucht. Und da Alain aus dem Nordosten Frankreichs herstammt, bin ich geneigt, dies aus derselben dialektischen Quelle herzuleiten; und das zeigt, wie weit und tief in das Volk hinein die Kunde von den arabischen Zeichen schon im 12. Jahrhundert gedrungen war.

Dieselbe Beobachtung machen wir an Folgendem. Während nämlich cifra doch mit der sicheren Bedeutung Null eingeführt wurde, eine Bedeutung, die es heute noch in England und Portugal besitzt, 1) heißt le chiffre neufranzösisch wie bei uns Ziffer, arabische Zahl im allgemeinen. Dies ist also eine Begriffserweiterung, die innerhalb der Volksseele irgend einen besonderen Vorgang voraussetzt. Eine Entwicklung, die zu zwei verschiedenen Zeiten und auf zwei Weisen vor sich gegangen sein kann. Die erste, daß man im 16. Jahrhundert den Bann, der um die cifra lag, gebrochen und ihren berühmten Namen auf die anderen Zeichen übertragen hätte. Das war die Ansicht Weißenborns: "Erst allmählich brach sich die Erkenntnis Bahn, daß sie (die Null) den übrigen Ziffern beizuzählen sei, ja der Umschwung war ein so vollständiger, daß man die neun Zahlzeichen, die man ehemals als etwas von der Null, ciphra, verschiedenes mit figurae bezeichnet hatte, jetzt ebenfalls und ohne einen Unterschied zu machen, mit dem Namen Ziffern (cifrae) belegte. So tut dies, wenn auch noch nicht durchgehend, schon

¹⁾ Vgl. Journal Asiatique X, I. 524.

Adam Riese in der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts." (Zur Geschichte der Einführung etc. S. 12.)

Die zweite, daß die cifra, das enfant terrible des Systems, trotz der Versuche, sie von den übrigen neun Zeichen zu trennen, nachdem sie die Schwestern in den übelsten Ruf gebracht, ihren Namen als Spitznamen dem ganzen System gegeben hätte. Das wäre insofern eine Krönung der beobachteten Vorgänge, als damit bewiesen wäre, wie weite Kreise die Disputationen der Pariser Universität gezogen und welch tiefen Nachklang diese im Volke gefunden hatten. Denn bei den Gelehrten blieb cifra nach wie vor die Null.

Der Übergang hat nun tatsächlich in der zu zweit genannten Form stattgefunden. Während man die Überschrift des Merkverschens (s. S. 181)

In istis novem versibus potes addiscere chifras

noch doppelt fassen kann, entweder "die Ziffern" oder auch "Nullstellen", hat uns ein glücklicher Zufall die Philippika eines Mathematikers gegen den Mißbrauch des Wortes cifra erhalten: "Obgleich bloß die zehnte nach dem Autor chifra genannt werden soll, jene 0, die an sich nichts bedeutet, wie gesagt, und die anderen neun Figuren genannt werden, werden dennoch beim Volke, nach dem gemeinen Brauche der Ungebildeten zu reden, alle zehn Zeichen Ziffern genannt. Sie sind Figuren! Und das genüge zu Obigem." 1)

Wir finden diese Mahnung in Bib. Ste. Geneviève 267, fol. 216 v. Wie wir aus einer Notiz am Ende des Textes fol. 212 v. ersehen können, ist der Kodex im Jahre 1356 von Guillelmus Feret, einem Priester aus Amiens, in Paris geschrieben worden. Der Übergang war also damals im Volke schon längst vollzogen und gehört somit sicherlich in den Anfang des 13. Jahrhunderts, die Zeit, in welcher die Kontroverse bestand. Das 14. dagegen brachte abermals eine Begriffserweiterung, die nicht weniger interessant ist, als die besprochene.

¹⁾ Quanvis solum decima secundum auctorem debeat nominari chifra, ista ·0., que de se nichil significat ut dictum est et alie nouem vocantur figure ut iste: 9 8 7...1. Sed uulgariter secundum communem usum loquendi ignorancium omnes decem littere appellantur chifre. Sunt figure! et hoc suffic(iat) ad predicta.

Die allgemeine Unbeliebtheit der Ziffern, die der akademische Witz erzeugt hatte, bewirkte, daß außer Mathematikern niemand die Ziffern beherrschte. Das ist weniger bemerkenswert bei dem Volke, das doch nicht schriftlich rechnete (das konnte auch in unseren Kindheitstagen die normale Pariser Marktfrau noch nicht), als bei den Kaufleuten, für die doch ein tatsächliches Bedürfnis vorlag. Aber es ist sicher, daß in der Mitte des 14. Jahrhunderts auch dieser Stand sich noch nicht zu dem neuen System bekehrt hatte, während der italienische Kaufmann, das Muster seines Standes, sie bereits wohl zu handhaben verstand. Aber wie wir später sehen werden, war es ihm durch Gesetze verboten, die Handelsbücher mit Ziffern zu schreiben.

Was war es nun, das die Regierungen veranlaßte, mit Verboten gegen diese unschuldigen Zeichen vorzugehen? War es die Sorge, daß im Falle eines Prozesses die Ziffern dem Richter unbekannt sein und so zu Verwicklungen Anlaß geben könnten? Nein! Bedenken wir doch, wir sind im 14. Jahrhundert, in der Blütezeit der Astrologen und Alchimisten, bedenken wir, daß die Zeichen von den Arabern stammten, den Zauberern par excellence, daß sich um ihren Import schon im 12. Jahrhundert eine Reihe von Fabeln gebildet hatten – kurz die Ziffern waren in aller Munde und doch kannte sie eigentlich keiner, und so ist es kein Wunder, daß sie dem Zeitgeiste gemäß ällmählich den Stempel des Unheimlichen, Zauberformelartigen erhielten. Wir haben darauf schon angespielt.

Sie waren deshalb trefflich für alle die geeignet, die gelehrt oder geheimnisvoll tun wollten. Vornehmere, gebildete Leute brauchten sie wohl wie heute Schüler die Stenographie oder eine selbsterfundene Geheimschrift. So jener Italiener, der in dem Codex Lat. 15453 der Bibliothèque Nationale zu Paris auf fol. 354 v. eintrug: "oncij flor. 34 vel. XXXV vere ei constiterunt flor. 30 vel. XXX und ebenso fol. 412 v. "Comenta iste constiterunt flor. XXX vel. 30 pretio inestimatilia cum in eis veritas physicae naturalis... contineatur tota perfecta." (Sec. XIII.)

Astrologen und Alchimisten aber bemächtigten sich ihrer sofort und zwar ernsthaft und machten durch sie ihre Bücher noch geheimnisvoller und unheimlicher. Das gab wohl den

Ausschlag, denn über Unheimliches lacht man nicht. Der Spott versagte, man sah in ihnen nur noch das Geheimnisvolle, der Begriff "cifrae" wurde abermals erweitert und bezeichnete nicht mehr allein die von der üblichen abweichende Zahlenschrift, sondern jede Geheimschrift.

Man wird mir hier einwenden, dieser Wandel ließe sich leichter dadurch erklären, daß man eben Ziffern zu einer Geheimschrift verwandte, natürlich dann "chiffres" genannt, worauf dann dieser Name einer besonderen Geheimschrift auf iede Art Geheimschrift durch Erweiterung übertragen worden wäre. Aber während sich chiffres in der neuen Bedeutung schon 1450 findet, ist ein derartiger Gebrauch der Ziffern erst in neuerer Zeit nachzuweisen. 1) Dagegen existierte im 14. Jahrhundert tatsächlich schon eine Geheimschrift, die aus dem 9. Jahrhundert datiert, allerdings so einfach und so leicht zu durchschauen, daß man einen ersten Versuch in ihr erkennt, und Cantor, der in seiner Geschichte der Mathematik auf sie aufmerksam gemacht hat, nicht recht weiß, was er aus ihr machen soll (C. I, 754): "Wir könnten schließlich noch rätselhafter Buchstabenfolgen gedenken, welche nur dadurch zu lesbaren Wörtern werden, daß man annimmt, es sei jeder Vokal durch den ihm nachfolgenden Konsonanten ersetzt worden, und man müsse die entsprechende Rückverwandlung z. B. von xnxm zu unum, von dxp in duo vornehmen!" Das Prinzip der Geheimschrift ist richtig erkannt; es gelang mir, in Paris zwei weitere Beispiele nachzuweisen. Das älteste ist von 1288. Ich habe sie beide in den Romanischen Forschungen, XVI, 2, S. 630, veröffentlicht.

Mit dem Entstehen der Sache ist das Entstehen des Begriffes ebenfalls in diese Zeit, das 13. Jahrhundert, gerückt. Als Beweis endlich, daß *chiffres* im Mittelalter Geheimschrift im allgemeinen hieß und nicht an einer problematischen, nur noch nicht entdeckten Zahlenschrift hing, diene die Definition eines Rechenbuches, das uns auch in anderen Fragen noch recht nützlich sein wird. 1485 nämlich definiert der Verfasser des Kodex 2904 der Pariser Arsenalbibliothek den Namen Ziffern für

¹⁾ Bei Baco (gest. 1626), Vieta (gest. 1603) und dem Deutschen Anastasius Kircher (gest. 1603).

arabische Zahlen folgendermaßen: "Son propre nom est arismetique, en nostre langaige commun se nomme chiffres, pour ce que c'est une manière d'escripture a la lettre commune differante."

— Man nennt sie Ziffern, weil es eine Schreibweise ist, die sich von den üblichen Zahlen (den römischen! vgl. S. 180) unterscheidet. — Die letzte Begriffserweiterung chiffres = "Geheimschrift" herrscht, so daß sie schon als die Ursprüngliche gilt; zur Erklärung der früheren Bedeutung wurde der Weg der Entwicklung zurückgegangen. Es ist ein außerordentlich lehrreiches Beispiel für eine abgeschlossene Entwicklung, deren Werdegang noch im Bewußtsein ist, deren Zusammenhang aber umgedreht aufgefaßt wird, wie er tatsächlich ist.

Damit haben wir den Begriff cifra bis zum Ausgang des Mittelalters verfolgt und stehen nun vor einer Lücke; denn die erste Erweiterung des Begriffes ließ doch die Null titellos zurück. Somit lag also das Bedürfnis nach einem neuen Namen vor. Aber die Verhältnisse liegen wieder ganz eigenartig. Das Volk kannte die Ziffern nur vom Hörensagen, als etwas höchst geheimnisvolles; die Null hatte es längst vergessen und brauchte also auch keinen Namen für sie. Die Gelehrten aber blieben, wie die auf Seite 185 angeführte Philippika zeigt, dem ursprünglichen Namen cifra getreu.

Zwischen beiden stand nun ein dritter, der Kaufmannsstand, der dem italienischen Vorbild getreu im Laufe des 15. Jahrhunderts allmählich die neuen Zeichen annahm. Ursprünglich entnahm nun dieser Stand seine Begriffe der volkstümlichen Redeweise: Chiffres hieß auch bei ihm arabische Zahlen und Geheimschrift zugleich. Aber seine Lehrmeister waren Mathematiker, und diese bezeichneten mit cifra immer noch nur die Null. Daraus mußte für die Kaufleute eine doppelte Bedeutung entspringen, ciffre mußte sowohl Null als auch allgemein arabische Zahl bedeuten, und aus diesem Zwiespalt konnten leicht Mißverständnisse und Irrtümer entstehen. Hier also lag das Bedürfnis einer Neuschaffung tatsächlich vor. So ist es logisch und auch durch die verzweigten Beziehungen des Kaufmannsstandes klar, daß dieser es war, der den neuen Namen der Null: zero aus Italien importiert hat. Zero aber ist

nichts anderes als das "zefirum" des Leonardo Pisano, was an sich nicht erstaunlich ist, da das Liber Abaci das ganze italienische Mittelalter beherrscht hat.

Die Beziehungen des italienischen Handelsmannes zu den neuen Zeichen haben ebenfalls der Klärung bedurft. Nagl tut das in trefflicher Weise, allerdings an einer Stelle, wo man es nicht erwartet, in seinem Aufsatz über die Algorismusschrift von 1143. Hier (Ztschr. f. Math. XXXIV, hist. Abt., S. 161) wirft er folgende Frage auf: "Es ist öfter hervorgehoben, aber niemals nach seinen Ursachen untersucht worden, daß sowohl in Italien als in Deutschland und Frankreich die Rechnungen durchwegs mit römischen Zahlen geführt werden." (S. 162.) "Der Grund ist nun bemerkenswerter Weise ein juristischer." In Florenz bestand nämlich das gesetzliche Verbot: "Quod nullus de arte scribat in suo libro per abacum" - daß keiner nach dem Abacus in seinem [Konto]buche "rechne". Abacus aber hieß der Algorismus in Italien, denn unter diesem Namen hatte der schlaue Leonardo ihn ja eingeführt. So sind denn auch alle Handelsbücher in Italien mit römischen Zeichen geschrieben, aber sehr oft findet Nagl die Conti mit arabischen Zahlen nachgerechnet. In Venedig wird 1408 in einem Buche die kleinste Münzsorte durchwegs arabisch notiert (S. 165). 1495 nennt man die römischen Zeichen schon "l'abaco antico" (S. 166).

Kurz, das interessante Resultat seiner Untersuchungen ist (S. 169): "Wenn gegen Ende des 14. Jahrhunderts in Italien sich die Ziffern trotz der gesetzlichen Verbote und entgegenstehender Rechtsanschauungen in die Handelsbücher eindrängen, Abschlüsse in römischen Zeichen darin mit den arabischen überprüft werden, so ist dies ein schlagender Beweis, daß damals die indischarabische Arithmetica bei den italienischen Handelsleuten schon die allgemein übliche, ja gewöhnliche Rechnungsform war."

Auch die Entwicklung von zefiro zu zero stützt diese Entdeckung. Denn sie ist eine volkstümliche, das Wort ist im Gebrauch abgeschliffen wie ein Geldstück und wie der Name der höchsten Geldeinheit lira, das denselben Schwund eines Lippenlautes vor R aufweist, da es aus dem lateinischen libra Pfund über italienisch livra entstanden ist. Zero aber stellt sich in seiner Entwicklung als Pendant zu dem Übergang von *la cifre* zu *le chifre*, es verdankt seine Form jedenfalls einem Dialekte, und zwar natürlich dem Dialekte einer der großen Handelsstädte. Für das Stimmhaftwerden (Übergang von *f* [stimmlos] zu *v*) eines von Vokalen eingeschlossenen Lippenlautes kenne ich nur ein Beispiel und dies ist venezianisch. Dort wurde aus *scrofa* = Sau: *scrova*, das sich oft findet, und endlich *scroa*. Und da die Entwicklung von Vokal + Labial + R mit der aus Vokal + Labial + Vokal gleich ist (ebenso bei Dentalen: vgl. venezianisch *Lio* aus *Lido* lat. *litus* und *pare* lat. *patrem*), so haben wir die Wahl zwischen den folgenden Reihen:

zefiro – zefro – zevro – zero (wie ital. sovra, venez. sora) oder zefiro – zeviro – zero – zero.

Schriftlich nachgewiesen wird übrigens das Wort erst sehr spät und zwar in des Calandri "de Arithmetica opusculum", Florenz 1491. Aber die volkstümliche Entwicklung des Wortes ist ein Dokument von absolut selbständigem Wert. Trotzdem freut es mich nachweisen zu können, daß mehrere Jahre früher der Name zero bereits aus Italien nach Frankreich gebracht, ja schon vollständig eingebürgert ist, und zugleich den Beweis zu erbringen, daß der Import des Wortes dem Kaufmannsstande zu verdanken ist.

Das älteste französische Lehrbuch ist: *Le kadran des mar*chans des Jehan Certain, das uns in dem hübschen Kodex der Arsenalbibliothek Nr. 2904 erhalten ist.

Der Verfasser datiert es: "Begonnen am Vorabend des Michaelisfestes von mir Jehan Certain, zur Stunde Bewohner der berühmten Stadt und Gemeinde Marseille. Im Jahre des Heils 1485. Und zwar am 28. September zu Bilbao in Biscaya, im Königreich Spanien."¹)

Der Prolog lautet: "Die Rechenkunst heißt Algorismus, weil ein arabischer Philosoph namens Algus sie niederschrieb und in Gebrauch brachte nach dem Tode des großen Philosophen

Commance la veille de la feste de monseigneur sainct Michiel archange par moy Jehan certain a present habitant de la notable ville et cite de marseille. L'an de grace mil quatre cens quatre vingts et cinq. Et le vingt huitiesme jour de septembre. A bilbault en bisquaye au Royaulme d'espagne.

und Meisters in allen Künsten Aristoteles, der Erfinder und Quelle aller freien Künste war. Und daher der Name der genannten Wissenschaft. Ihr eigentlicher Name ist Arithmetik, im gemeinen Sprachgebrauch heißt sie Chiffern, weil sie eine Schreibweise hat, die von der gemeinen (= römischen) abweicht. Die Chiffern bestehen nur aus zehn Figuren, von denen neun Bedeutung und Wert haben, während die zehnte nichts gilt, aber sie modifiziert die Bedeutung der anderen und heißt zero oder chifra." 1)

Wir sehen von der Rückführung der Wissenschaft auf Aristoteles, der Etymologie von Algorismus als von einem Erfindernamen Algus herstammend, ab, bemerken nur, daß letztere Herleitung keinerlei Erinnerung an die tatsächliche Abstammung von Alchwarizmî enthält. Genau so z. B. wird die Kunde von der Physiognomie über ein Mittelglied, einen "Philosophen" Physiognomias oder Philozomias auf Aristoteles zurückgeführt. Derartige Quellenangaben und Erklärungen sind Gemeinplätze aller spätmittelalterlichen Prologe.

Für die begriffliche Bedeutung des Wortes cifra bildet dieser Prolog ein Denkmal, das drei verschiedenaltrige Schichten nebeneinander bewahrt hat. Kennt es doch der Verfasser noch in der Grundbedeutung Null: la disiesme . . se nomme zero ou chiffre. Daneben aber bedeutet chiffres in der dem Jean Certain gewohnten Umgangssprache Arabische Zahlzeichen: son propre nom est arismetique, en nostre langaige commun se nomme chiffres pour ce que s'est une maniere d'escripture à la lettre commune differante. Und in der Begründung, warum das Volk die Zahlzeichen "Chiffern" nenne, zeigt er die dritte und letzte Entwicklung zur Bedeutung "Geheimschrift".

Gleichzeitig aber hat die Zweideutigkeit von cifra innerhalb des Zahlensystems, in welchem es bald ein einziges Zeichen, bald

¹⁾ L'art d'arismetique se nomme algorisme, par ce que ung phillosophe d'arabie le quel se nommoit Algus le rassembla et le mist en pratique apres la mort du grant phillosophe et maistre en tous ars Aristote lequel fut inventeur et commencement de tous les sept ars liberaulx. Et de la prant son nom la dicte science. Mais son propre nom est arismetique, en nostre langaige commun se nomme chiffres pour ce que s'est une maniere d'escripture a la lettre commune differante.

Et en chiffres ne sont que dix figures, desquelles les neuf sont significatives et ont valeur. Et la disiesme ne vault riens mais elle fait valloir les autres figures et se nomme zero ou chiffre.

alle zehn bedeutete, bereits eine Neuschaffung zur Folge gehabt: die Null wird schon, noch neben *chiffre*, mit ihrem italienischen Namen *zero* benannt. So haben wir den immerhin merkwürdigen Fall, daß wir *zero* früher in der Fremde schriftlich nachweisen können, als in der Heimat, eher als Lehnwort finden, denn als Erbwort.

Dreimal hat der Kaufmannsstand in der Geschichte der arabischen Zahlzeichen in romanischen Ländern eine entscheidende Rolle gespielt. Es ist wahrscheinlich, daß er beim ersten Import aus Spanien die Hand mit im Spiele gehabt hat. – Leonardo Pisano war Kaufmann, der praktische Zweck hat in seinem Lehrbuch an erster Stelle gestanden und hat ihm für die Dauer des Mittelalters in Italien die Herrschaft gesichert. – In Frankreich waren es am Ausgang des Mittelalters wiederum Kaufleute, die eine entstandene Lücke ausfüllten, gleichsam die arabischen Zahlzeichen für ihren Eroberungsgang im 16. Jahrhundert noch fertig machten.

Da verschwand dann alles, was ihnen an Komischem und Mystischem angehangen hatte, nur wenige Ausdrücke und Redensarten blieben bestehen, als fossile Reste aus einer vergangenen, wenig kritisch angelegten Zeit.

Anhang.

Zur Verfasserschaft des Alexander de Villa Dei bemerkt Cantor: "Die an einen anderen Schriftsteller glauben (?), nennen als solchen den mit Sacrobosco etwa gleichzeitigen Alexander d. V. D... einen Minoritenmönch aus Dole, dem man allerdings ähnliche (?) poetische Neigungen nachrühmt." Man könnte aus diesen Zeilen schließen, daß Halliwell rein conjectural diese Verfasserschaft behauptet habe. Ich lasse darum Halliwells Belege folgen (Rara Math., S. VI):

A Ms. of the Massa Compoti in the British Museum (Harl. 3902) by Alexander de Villa Dei possesses an introduction to the work by some other author: it is there stated Ein Ms. der "Massa Computi" im Brit. Mus. (Harl. 3902) von Alexander de Villa Dei hat eine Einleitung von der Hand irgend eines anderen Verfassers. Dort ist that the same author composed: "Doctrinale et Algorismum metricum." M. Chasles informs me that a Ms. of this tract in the French kings Library (7420 A) has the following Colophon at the end: Explicit Algorismus editus a Magistro Alexandro de Villa Dei. This is, I think, quite sufficient to prove him to be the author. 1)

festgestellt, daß derselbe Alexander ein Doctrinale und einen Reimalgorismus verfaßt habe. Mr. Chasles teilt mir mit, daß ein Manuskript gleichen Inhalts in der kgl. franz. Bibl. (7420 A) am Schluß folgende Bemerkung hat: "Schluß des Algorismus des Meister Alexander de Villa Dei." Dies ist, meine ich, sgenügend, um zu beweisen, daß er der Autor ist.

Diese Zeilen zeigen, daß die Verfasserschaft des Alexander ziemlich begründet ist, wenigstens so lange aufrecht erhalten werden muß, als kein Grund existiert, an ihr zu zweifeln. dem ist sie chronologisch möglich, da Sacrobosco, der 1256 starb, Verse aus dem "Carmen" als ganz bekannt zitiert. Alexander starb nämlich 1240. Das Gedicht wird dann um 1220 unter dem Einflusse des Jordanus und vielleicht des "liber Abaci" (talibus Indorum . . . figuris) entstanden sein. Wie immer, finden wir einige Jahrzehnte später erst (ca. 1250) die ältesten Handschriften des Gedichtes, und um 1270 die erste altfranzösische Übersetzung, zugleich die älteste Algorismusschrift in der Vulgärsprache. Diese ist herausgegeben im Bolletino Boncompagni XV, 49, nach der einzigen Handschrift: Paris, Bib. Ste. Geneviève 2200, fol. 150. Ein Traktat, der auf fol. 46 v. schließt, ist datiert: "Anno milleno biscenteno LXX, VII!" Wie der Herausgeber, der doch das "Carmen" kannte (er zitiert es ebenda, S. 49,1) nicht erkannt hat, daß er in seinem Algorismustraktat eine Übersetzung des Carmens vor sich hat, ist mir nicht recht begreiflich. Zahlreiche Lesefehler zeigen, daß er den Text

¹⁾ Auf S. VI ist folgender Irrtum zu verbessern:
"Ms. Sloan. 513 has the following colophon —

[,]Explicit tractatus algorismi cum satis brevi et bono commento secundum Saxton.

Qui scripsit carmen — Sit benedictus Amen!

Nomen scriptoris — Galfredus plenus Amoris."
(Ich teile die Verse, da sich "Carmen" und "Amen"; "scriptoris" und "Amoris" reimen sollen.) Halliwell fürchtet hier einen anderen Verfassernamen zu finden und schreibt: "Whose name is here latinized I know not, but I am not inclined to give much credit to it." — "Galfredus plenus Amoris" ist der Name des Schreibers, der ja oftmals am Ende seiner Arbeit sich verewigt und fast immer ein Verschen beifügt, wo er für sich um Gnade bittet, meist:

Qui scripsit scribat, - Semper cum domino vivat. Saxton ist der Name des Kommentators.

nicht immer verstand, der übrigens auch sehr konfus ist. 1) Cantor, der sich natürlich bei dem Umfang des Gebietes, das er bearbeitet, auf die Arbeiten seiner Vorgänger verlassen mußte, hat den französischen Prosatext sehr richtig beurteilt (II, 92): "Diese Lücke (bei Übergehung der Quadratwurzel, am Schlusse der Lehre von der Kubikwurzel) dürfte wie die übermäßige Kürze des Ganzen" (Und die Zusammenhangslosigkeit? Nach längerer Lücke wird mitten in der Division fortgefahren!) "die Frage anregen, ob von einem Ganzen gesprochen werden darf, ob die erhaltene Handschrift uns nicht etwa nur unzusammenhängende Bruchstücke aus einem verlorenen umfang- und inhaltsreicheren Ganzen bildet." Nun dieses Ganze stand seit 1839 gedruckt zur Verfügung. Ich gebe die Konkordanzen beider Texte:

Rara Mathematica Carmen, S. 73.

S. 73. Haec algorismus ars praesens [dicitur, in qua Talibus Indorum fruimur bis quin-[que figuris.

75 o. Addere si numero numerum [vis, ordine tali Incipe: Scribe duas primo series [numerorum Primam sub prima recte ponendo

Ifiguram.

75, Z. 12 v. o. Articulum vero reli-[quis inscribe figuris.

78, Z. 4 v. u. Nec plus quam novies [aliquem tibi demere debes.

Bolletino Boncompagni XV, 82. "Che commenche algorisme."

Ceste signifiance est appellee algorisme de lequelle nous usons de telles figures:

(Abs. 1.) Se tu veus assembler un nombre a autre tu escriras le greigneur deseure et le menour (menom Lesefehler; ebenso zwei Zeilen weiter ment statt vient) en tele maniere que tu metes la premiere figure desous (soi) la premiere.

Die Unterscheidung von kleinerer und größerer Zahl ist irrtümlich der Subtraktion entnommen.

Es folgt:

Et apres article des figures deseure par ordre.

Sodann lange Lücke und Fortsetzung inmitten der Division:

Tu ne dois pais (dialekt. = pas) deviser d'autre plus de ·9· fois. Sodann abermals ein Sprung zum Cubus.

¹⁾ Leider konnte ich mir das "Bolletino" in Paris nicht verschaffen, um eine Kollation zu machen, werde das aber ein andermal tun.

- 81, 2. Per numerum recte si nosti [multiplicare Ejus quadratum, numerus qui [pervenit inde Dicetur cubicus;
- 81, 12 v. u. Postea totalem nume-[rum, qui pervenit inde A suprapositis respectu tolle trip-[latae.
- 81, 7 v. u. Tunc ipsam dele, [triples, saltum faciendo
 81, 1 v. u. . . . numerus qui per- [venit inde

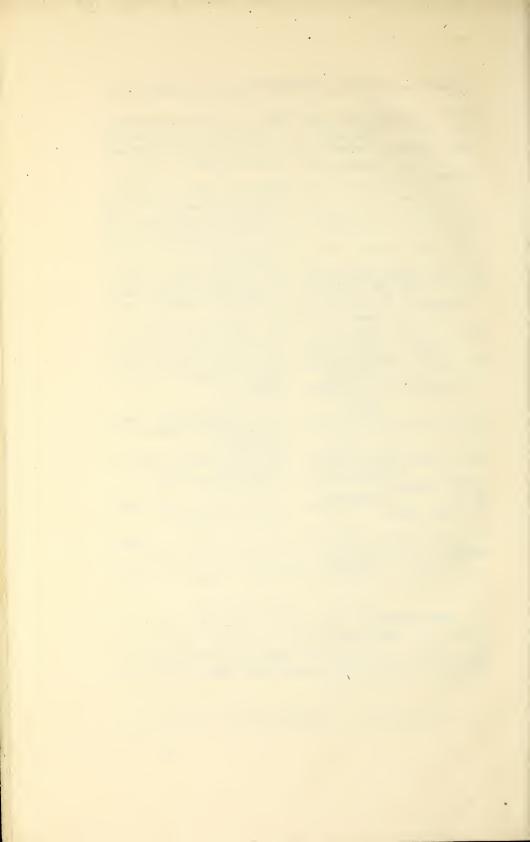
A suprapositis has respiciendo [trahatur.

- 82, 11. Si quid erit remanens non [est cubicus.
- 82, 20. Si per triplatum numerum [nequeas operari Cifram propones.
- 83, 7. pone sub una A dextris digitum.

- (Abs. 2.) Se tu multiplies aucun nombre par soi misme: chil nombre ki euistra (= eistra, herauskommen wird) sera cubes.
- Der Text bleibt nun bei seiner Quelle, gibt dieselbe aber in sehr ungenügender Weise wieder. Ich gebe die Konkordanzen von vier zu vier Zeilen, damit man sich zurechtfinde.
- 54, 4. Apres la somme ki en naist multiplie(t) par soi lequele somme soustrai ou regart de le treble.
- 54, 7. Apres plane le digit. et si le treble et si le met · 2 · poins avant.
- 54, 9. La queas (queus?) somme soustrai el regart de le derraine treble.
- 54, 14. Se aucune cose (a) remaint le nombres que tu proposes n'est pas cubes.
- 54, 18. Se tu ne poes ourer par nombre treble met cifre.
- 54, 22. . . . met . 1. digit a destre desous la premeraine.

Das Carmen selber aber auf seine Quellen zu prüfen, bietet für einen Mathematiker eine dankbare Arbeit, die dieses im 13., 14. und 15. Jahrhundert verbreitetste Lehrgedicht verdient.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, daß nach neueren Forschungen die Ziffern ägyptischen Ursprungs sind; da aber die Bezeichnung "arabische Zeichen" sich zu sehr eingebürgert hat, haben wir aus praktischen Gründen eine Änderung unterlassen.



Soeben find in der Herderichen Verlagshandlung zu Freiburg im Breisgan erschienen und können durch alle Buchhandlungen bezogen werden:

Janssen, Johannes, Geschichte des deutschen Boltes seit dem Ausgang des Mittelalters. gr. 89.

Siebter Band: Schulen und Universitäten. Bissenschaft und Bildung bis zum Beginn des Dreißigjährigen Krieges. (Kulturzuslände des deutschen Bottes seit dem Ansgang des Mittelalters dis zum Beginn des Dreißigjährigen Krieges. Drittes Buch.) Ergänzt und herausgegeben von **Ludwig Pastor.** Dreizehnte und vierzehnte, vielfach vers befferte und vermehrte Auflage (LIV u. 766) M. 8.60; geb. in Leimand M. 10.—, in Halbstrag M. 10.60.

Mit der Bearbeitung des vorliegenden Bandes ift die Neuherausgabe des gesamten von Janssen hinter: assenen Wertes zum Abschluß gesangt. Die wichtigere neuere historische Literatur ist für alle Abschnitte genau angemerkt und im Terte berücksichtigt, da nur auf diese Weise das große Werf auf der Höhe der Wissenschaft erbatten werden fonnte.

Gesamtpreis der bis jest erschienenen 8 Bände nebst den beiden Beigaben Janfsens "An meine Kritiker" und "Ein zweites Wort an meine Kritiker" M. 60.50; geb. in Leinwand M. 72.60, in feinen Halbstranzbänden M. 78.50.

Pastor, Ludwig, Ungedruckte Akten zur Geschichte

der Päpste vornehmlich im XV., XVI. und XVII. Jahrhundert. Erster Band: 1376—1464. Mit Unterstützung der Administration des Dr. Joh. Friedrich Böhmerschen Nachlasses. — Acta inedita historiam Pontificum Romanorum praesertim saec. XV, XVI, XVII illustrantia. Volumen I: A. 1376—1464. Ad opus promovendum adiumenta concessa sunt ex hereditate quam reliquit Dr. Joh. Fred. Böhmer. gr. 8° (XX u. 348) M. 8.—; geb. in Leinwand M. 10—

- **Geschichte der Päpste** seit dem Ausgang des Mittelalters. Mit Benutung des päpstlichen GeheimsUrchivs und vieler anderer Archive bearbeitet. gr 80, I. Band. 3. u. 4. Aufl. W. 12.—; ged. W. 14.— II. Band. 3. u. 4. Aufl. W. 12.—; ged. W. 14.— 14. Aufl. W. 11.—; ged. W. 13.— 111. Band. 3. u. 4. Aufl. W. 12.—; ged. W. 14.—

MARIA STUART

KÖNIGIN VON SCHOTTLAND

Blätter zu ihrem Andenken und zu ihrer Ehre.

Nach den Quellen herausgegeben von

Eufemia Gräfin Ballestrem.

Groß-Quart-Format. 409 Seiten Text mit 16 Holzschnitten im Text, einer Tafel mit Zinkätzungen, einer Tafel mit Holzschnitten, 52 Lichtdrucktafeln (enthaltend Porträts der Königin, ihrer Familie, Anhänger und Freunde, Gegner, Bewerber um ihre Hand), 7 Stammbaumtafeln und 2 Faksimiles.

Nur in 250 Exempl. gedruckt. – Ungeb. Exemplare für M. 70. – In geschmakvollem Ledereinband mit Metallecken und Schloß statt M. 300. – M. 90. – .



Bestellungen sind zu richten an **Alexander Duncker**, Königliche Hofbuchhandlung, **Berlin W. 35**, Lützowstr. 43.





ARCHIV FÜR KULTURGESCHICHTE

III. Band. Heft 2.

	Seite
Preußische Jerusalempilger vom 14. bis 16. Jahrhundert. Von Lic. <i>Hermann Freytag</i> , Pfarrer in Reichenberg	129
Materialien zur Geschichte der arabischen Zahlzeichen	
in Frankreich. Von PrivDozent Dr. Leo Jordan in Munchen	155
Nachrichten über Baudenkmäler sowie Kunst- und Kuriosi-	
tätenkammern in einer handschriftlichen Reisebe-	
schreibung von 1706. Von Konservator Dr. Alfred Hagel- stange in Nürnberg	196
Cagliostro in Straßburg nach der Schilderung eines	
Augenzeugen. Von Professor Dr. Heinr. Funck in Gernsbach	223
Besprechungen.	
Bernheim, Lehrbuch der historischen Methode. 3. u. 4. Aufl.	235
Besprochen vom Herausgeber	237
Oppel, Natur und Arbeit. Besprochen vom Herausgeber	23.
Schrader, Die Schwiegermutter und der Hagestolz. Besprochen vom Universitätsprofessor Dr. Rich. M. Meyer in Berlin	239
Bauer, Der deutsche Durst. Besprochen von Dr. Cl. Löffler in	
Göttingen	240
Seyler, Agrarien und Exkubien. Umgearb. Ausg.	241
Kehrmann, Die Capita agendorum Besprochen	241
Goldmann, Die Einführung der deutschen Her-	
zogsgeschlechter Kärntens in den slovenischen Stammerverhand Dr. Georg	242
Stallinesverband	
Kothe, Kirchliche Zustände Straßburgs im 14. Liebe in Jahrhundert	242
Paulus, Die deutschen Dominikaner im Kampfe gegen Luther	243
Müller, Beiträge zur Kulturgeschichte der Stadt Demmin. An-	
hang. Besprochen von Dr. Ebstein in Gottingen	
v. Diest. Aus dem Leben eines Glücklichen. Besprochen vom	
Bibliothekar Dr. G. Kohfeldt in Rostock,	243
Kleine Mitterlungen und Referate	247
Bibliographisches	254